

Original scientific paper

UDC 556.06 (1/9) (497.11)  
DOI: 10.2298/GSGD1601026M

Received: September 16, 2016

Corrected: November 3, 2016

Accepted: November 9, 2016

**Nataša Martić Bursać<sup>1</sup>, Ljiljana Stričević<sup>\*</sup>, Milena Nikolić<sup>\*</sup>,  
Radomir Ivanović<sup>\*\*</sup>**

## **STATISTICAL ANALYSIS OF AVERAGE, HIGH AND LOW WATERS OF THE TOPLICA RIVER**

**Abstract:** The river Toplica springs on the east slopes of Kopaonik. It is the biggest left tributary of the Južna Morava, in which it empties at the town of Korvingrad. It is 130 km long and the surface of its river-basin amounts to 2180 km<sup>2</sup>. This study estimates the probability of average, minimum and maximum discharge occurrence on the hydrological profile Pepeljevac on the Toplica River in the period 1951-2014. Pearson type III distribution was used for quantifying average, minimum and maximum annual discharge. Results of the study point out to significant fluctuations in the river Toplica discharge upstream the hydrological profile Pepeljevac, which is the base for further study and improvement water management planning in the basin. On the basis of probability of average annual discharges occurrence, a classification of years by water richness was done. Mann-Kendal test examined the trend of Toplica discharge, while Pettit, SNTH, Buishand and von Neumann tests analyzed homogeneity of the data on the observed profile. Analysis of average annual discharges shows that years moderately rich in water are the most numerous (29) with somewhat higher participation of rich in water (16) than dry (14) years. Coefficients of variation of maximum and minimum annual discharges for the Toplica river point out to significant fluctuations upstream the hydrological profile Pepeljevac. These results are the base for further study and improvement of water management planning in the basin.

**Key words:** The Toplica River, hydrological prognosis, classification of years by water richness

---

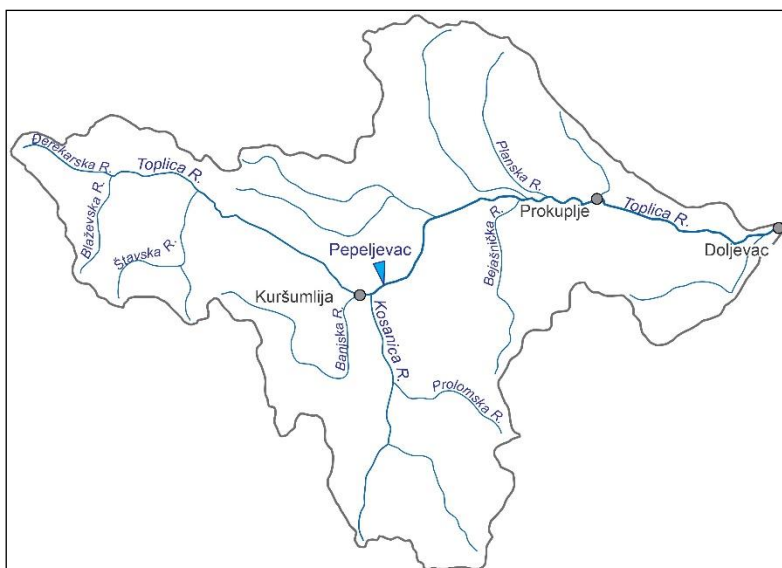
<sup>1</sup> natasam@pmf.ni.ac.rs (corresponding author)

<sup>\*</sup>University in Niš, Faculty of Science and Mathematics, Department of Geography

<sup>\*\*</sup>University in Priština with temporary seat in Kosovska Mitrovica, Faculty of Science and Mathematics, Department of Geography

## Introduction

The Toplica is the biggest left tributary of Južna Morava, in which it empties at the town of Korvingrad. The Toplica emerges on the east slopes of Kopaonik by joining of the rivers of Djerekaruša and Lukovska. It is 130 km long and the surface of its river-basin amounts to 2180 km<sup>2</sup>. Up to the town of Kuršumljija, the Toplica runs through a narrow and deep valley. From Kuršumljija, the valley is broader and shallower. Upstream from Kuršumljija the Toplica is 10-12 m broad at most and up to 0.90 m deep. Between Kuršumljija and Prokuplje it is up to 20 m broad and up to 1.50 m deep, while it is up to 25 m broad and 1-2 m deep downstream the course through Dobrič (Gavrilović, 2014). The biggest part of the Toplica discharge (75,76 %) is formed in the area from Kuršumljija to the village of Beloljin (Stanojević, 2001).



*Fig. 1. The Toplica basin with hydrological profile Pepeljevac*

One of the most important tasks in hydrological studies is an estimation of discharge and water level which can be expected in the future on a certain hydrological profile, based on the previous discharges. Discharge depends on a large number of factors and it is subject to laws of coincidence, which is why it can be studied by statistical methods. Statistical analysis of the probability of characteristic discharge occurrence on the rivers has been a subject of many hydrological studies (Gavrilović, 1988; Milanović, 2007; Urošev, 2007; Ristić, 2009; Dimitrijević, 2010; Đokić, 2010; Bolgov & Korobkina, 2013; Vasilevski & Radevski, 2014).

It is necessary to take as long data series as possible into account to obtain a reliable statistical analysis. To analyze average, high and low waters, the values of average annual, minimum and maximum annual discharges for the period from 1951 to 2014 from the hydrological station Pepeljevac were used. Hydrological station Pepeljevac is situated 69.5 km from the Toplica confluence into the Južna Morava. The surface of the river basin on the profile amounts to 986 km<sup>2</sup>, with angle "0" elevation at 329.9 m altitude. The aim

of this paper is calculation of the probability of occurrence of average, minimum and maximum annual Toplica discharges, which is important for water management planning in the Toplica river-basin upstream the hydrological station Pepeljevac.

## **Study methods**

The probability of occurrence of average, high and low waters in a river is done on the basis of the data on average, absolute maximum and minimum discharges, by maximal annual method. There is a great number of distribution functions used for calculating the probability of occurrence of low, high and average waters, but the most common in use is Pearson type III distribution (Gavrilović, 1988; Milanović, 2006, Đokić, 2015, Đokić et al., 2015; Dimitrijević et al., 2010; Kovačević-Majkić, 2009; Milijašević, 2010). To create the probability curve of average, maximum and minimum discharges of the Toplica, Pearson type III distribution was used.

On the basis of the probability of average annual discharge occurrence, a classification of years by water richness according to Ocokoljić (1994) was done. They were divided to: extremely dry, very dry, dry, moderately rich in water, rich in water, very rich in water and extremely rich in water.

Mann-Kendall test (Kendall, 1975) examined the trend of the Toplica discharge on the observed profile Pepeljevac in the measuring period from 1951 to 2014 (Martić Bursać, 2015). Homogeneity of the data was tested by Pettit, SNTH, Buishand and von Neumann tests (Radivojević et al., 2015).

## **Results and discussion**

### ***Statistical analysis of average waters***

On the basis of the data on the Toplica River discharge in the period from 1951 to 2014, average monthly and annual discharge on the hydrological profile Pepeljevac were calculated (Fig. 2).

Maximum average monthly discharges in the analyzed period were recorded in April and March, while minimum average discharges occur at the end of summer and the beginning of autumn, that is, in August and September. The values of maximum average discharges in spring months are 48 – 49 % higher than average annual discharges. Minimum discharges at the end of summer and the beginning of autumn are a consequence of lower precipitation amount in the warmer part of the year, as well as high summer air temperatures and evaporation.

Homogeneity tests Pettit, SNTH, Buishand and von Neumann show that the data are homogenous, as well as that statistically important breakpoints in data series cannot be identified.

Mann-Kendall test determined that there is no statistically important trend of the Toplica River discharges on the observed profile Pepeljevac in the measuring period from 1951 to 2014.

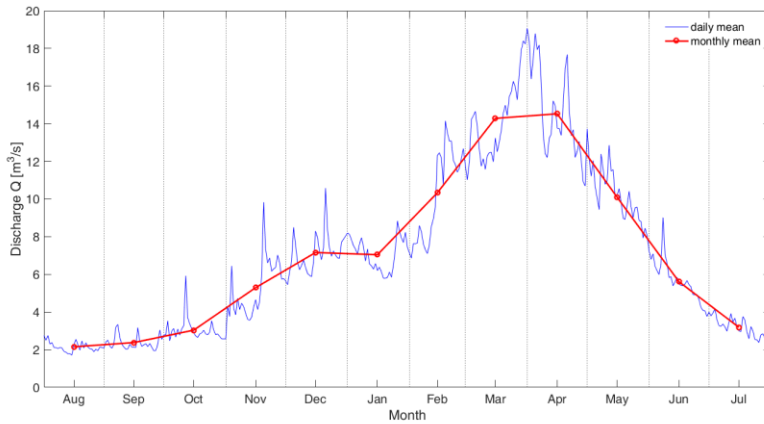


Fig. 2. Hydrograph of the Toplica River on the hydrological profile Pepeljevac in the period from 1951 to 2014

### Classifying years by water richness

To classify years by water richness, a period from 1951 to 2014 was taken into account from the Pepeljevac station on the Toplica River. In the graph of average annual discharge values (Fig. 3) it can be noticed that certain years are very rich in water (1955 – 18.58 m<sup>3</sup>/s; 2006 – 13.3 m<sup>3</sup>/s; 1954 – 12.04 m<sup>3</sup>/s), while some others are scarce in water (1968 – 3.05 m<sup>3</sup>/s; 1994 – 3.32 m<sup>3</sup>/s; 1990 – 3.79 m<sup>3</sup>/s). Below average discharge is more present than above average discharge. During the study period of 64 years, the discharge was above average for 29 years, while it was under average for 35 years.

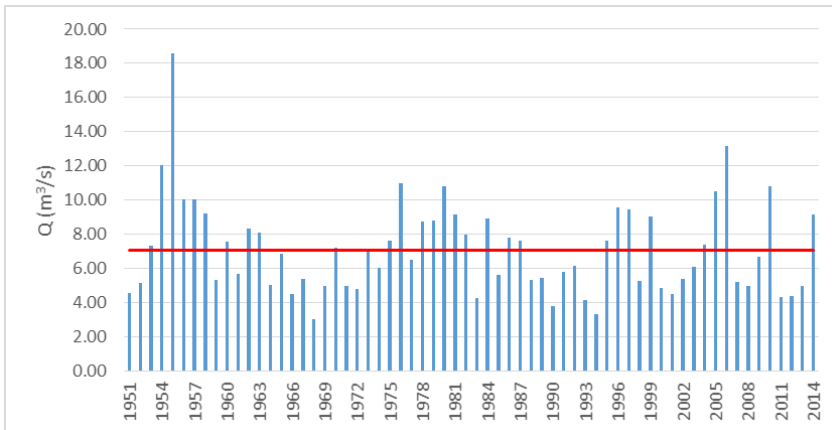


Fig. 3. Average annual discharge values of the Toplica in hydrological station Pepeljevac in the period from 1951 to 2014 and average annual discharge for the studied period

To forecast the Toplica River discharge we first calculated average multi-annual average discharge on the Pepeljevac station in the period from 1951 to 2014, which was 7.09 m<sup>3</sup>/s. Then we determined module coefficient (k) which helped in calculating coefficient of variation (C<sub>v</sub>). This coefficient for the Toplica River is C<sub>v</sub> = 0.38. It indicates

significant variability in average annual discharge. Coefficient of asymmetry ( $C_s$ ) amounts to 1.40. Based on these parameters and Ribikin table, we calculated probabilities of average water level occurrence at the hydrological station Pepeljevac (Tab. 1) and they were shown graphically by probability curve of probability of average discharge occurrence (Fig. 4).

Tab. 1. Probability of average annual discharge occurrence on the Toplica River on the hydrological profile Pepeljevac in the period from 1951 to 2014

Probability	Return period	$\sigma$	$\sigma \cdot C_v$	$k_s = \sigma \cdot C_v + 1$	$Q_{av.}$
0.01	10000	6.87	2.62	3.62	25.68
0.1	1000	5.09	1.94	2.94	20.86
1	100	3.27	1.25	2.25	15.94
3	33.3	2.37	0.90	1.90	13.50
5	20	1.94	0.74	1.74	12.34
10	10	1.34	0.51	1.51	10.72
20	5	0.71	0.27	1.27	9.01
25	4	0.49	0.19	1.19	8.42
30	3.3	0.31	0.12	1.12	7.93
40	2.5	0.02	0.01	1.01	7.14
50	2	-0.22	-0.08	0.92	6.50
60	1.6	-0.44	-0.17	0.83	5.90
70	1.42	-0.64	-0.24	0.76	5.36
75	1.33	-0.73	-0.28	0.72	5.12
80	1.25	-0.83	-0.32	0.68	4.85
90	1.11	-1.04	-0.40	0.60	4.28
95	1.05	-1.17	-0.45	0.55	3.93
97	1.03	-1.23	-0.47	0.53	3.76
99	1.01	-1.32	-0.50	0.50	3.52
99.9	1	-1.39	-0.53	0.47	3.33

$\sigma$  – deviation of the ordinate of the binominal asymmetric curve of provision (frequency) from the average (from 1.0) when  $C_v=1.0$  (Ribikin table);  $C_v$  - coefficient of variation;  $k_s$  – module coefficient of the ordinate;  $Q_{av.}$  – average discharge.

A classification of years by being rich in water (Ocokoljić, 1994) was done on the basis of Pearson type III distribution. According to this classification, the years were ranked by water richness for the Toplica in Pepeljevac in such a way: extremely dry (< 3.52 m<sup>3</sup>/s), very dry (3.52 – 3.93), dry (3.93 – 5.12), moderately rich in water (5.12 – 8.42), rich in water (8.42 – 12.34), very rich in water (12.34 – 15.94) and extremely rich in water (> 15.94) (Tab. 2).

In the studied period, the year of 1955 was the richest in water, which ranks it among years extremely rich in water, with the occurrence probability of such a year below 1 %. Average annual discharge amounted to 18.58 m<sup>3</sup>/s of water. Two years, 1968 (3.05 m<sup>3</sup>/s) and 1994 (3.32 m<sup>3</sup>/s) belong to the group of extremely dry years, with the probability of occurrence of such a year below 1 %. The highest number of years belongs to the group of years moderately rich in water, with occurrence probability of 25-70 %. One year is very dry year and the other is very rich in water. 1990 was very dry, when average annual discharge was 3.79 m<sup>3</sup>/s, while the one very rich in water was 2006, with 13.13 m<sup>3</sup>/s. There were somewhat more rich in water (16) than dry (14) years.

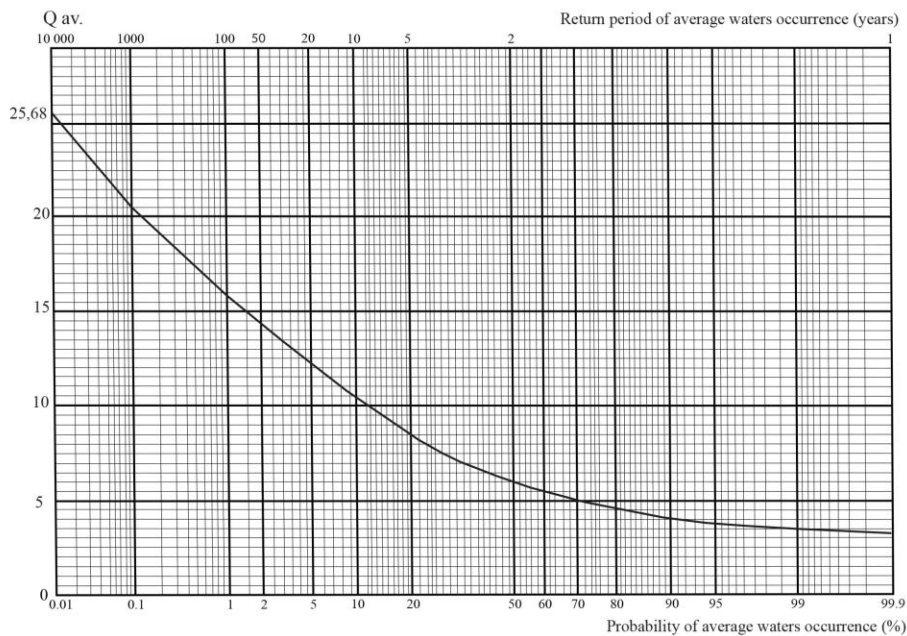


Fig. 4. Probability curve of average discharge occurrence in the Toplica River on the Pepeljevac profile

Tab. 2. Classifying years by water richness on the Toplica River in Pepeljevac in the period from 1951 to 2014

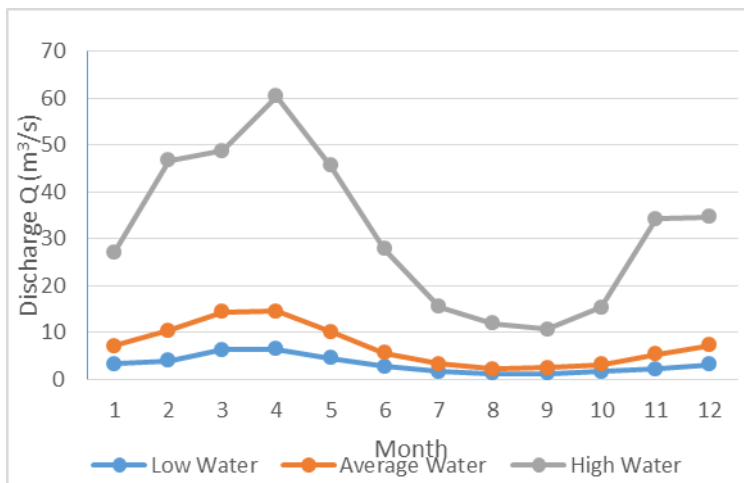
Years rich in water	Discharge (m <sup>3</sup> /s)	Years	Number of years
<b>Extremely dry</b>	<3.52	1968, 1994	2
<b>Very dry</b>	3.52–3.93	1990	1
<b>Dry</b>	3.93 – 5.12	1951, 1964, 1966, 1969, 1971, 1972, 1983, 1993, 2000, 2001, 2008, 2011, 2012, 2013	14
<b>Moderately rich in water</b>	5.12 – 8.42	1952, 1953, 1959, 1960, 1961, 1962, 1963, 1965, 1967, 1970, 1973, 1974, 1975, 1977, 1982, 1985, 1986, 1987, 1988, 1989, 1991, 1992, 1995, 1998, 2002, 2003, 2004, 2007, 2009	29
<b>Rich in water</b>	8.42–12.34	1954, 1956, 1957, 1958, 1976, 1978, 1979, 1980, 1981, 1984, 1996, 1997, 1999, 2005, 2010, 2014	16
<b>Very rich in water</b>	12.34 – 15.94	2006	1
<b>Extremely rich in water</b>	>15.94	1955	1

The results obtained by forecasting the occurrence of average waters refer to the conclusion that the average discharge of 3.33 m<sup>3</sup>/s can be expected each year with 99.9 % occurrence probability, while the discharge of 3.52 m<sup>3</sup>/s can be expected with 99 % occurrence probability. Average annual discharge of 6.50 m<sup>3</sup>/s can be expected every other year. The lowest average annual discharge of 3.05 m<sup>3</sup>/s, which was recorded in 1968, can be expected each year.

### **Statistical analysis of high waters**

In the period from 1951 to 2014, maximum waters occurred mostly in March and April. High waters are a consequence of abrupt snow melting in higher parts of the river-basin.

Absolute maximum discharge on the Pepeljevac station on the Toplica River in the observed period was recorded on 07 June 1976, and it was 468 m<sup>3</sup>/s. Absolute minimum discharge was recorded on 03 September 1952, and it was 0.085 m<sup>3</sup>/s. The ratio between absolute maximum and minimum discharges on the Toplica River in Pepeljevac during the analyzed period was 1:5506.



*Fig. 5. High, average and low waters of the Toplica River on the hydrological profile Pepeljevac in the period from 1951 to 2014*

To forecast maximum discharges of the Toplica River, we firstly calculated average multi-annual maximum discharge on the Pepeljevac station in the period from 1951 to 2014, which was 132.82 m<sup>3</sup>/s. Module coefficient (k) helped to calculate coefficient of variation, which is  $C_v = 0.63$  for the Toplica River and points out to significant fluctuation in annual maximum discharges. Coefficient of asymmetry ( $C_s$ ) is 1.79. On the basis of these parameters and Ribikin table the probabilities of maximum discharges on the hydrological station Pepeljevac were calculated (Tab. 3) and shown graphically by a curve of occurrence probability of maximum discharges (Fig. 6).

Tab. 3. Probable maximum discharges of the Toplica River on the Pepeljevac profile

Probability	Return period	$\sigma$	$\sigma \cdot C_v$	$k_s = \sigma \cdot C_v + 1$	$Q_{max}$
0.01	10000	7.76	4.86	5.86	777.74
0.1	1000	5.64	3.53	4.53	601.55
1	100	3.50	2.19	3.19	423.70
3	33.3	2.46	1.54	2.54	337.27
5	20	1.98	1.24	2.24	297.38
10	10	1.32	0.83	1.83	242.53
20	5	0.64	0.40	1.40	186.01
25	4	0.42	0.26	1.26	167.73
30	3.3	0.24	0.15	1.15	152.77
40	2.5	-0.05	-0.03	0.97	128.67
50	2	-0.28	-0.18	0.82	109.55
60	1.6	-0.48	-0.30	0.70	92.93
70	1.42	-0.64	-0.40	0.60	79.63
75	1.33	-0.72	-0.45	0.55	72.99
80	1.25	-0.80	-0.50	0.50	66.34
90	1.11	-0.94	-0.59	0.41	54.70
95	1.05	-1.02	-0.64	0.36	48.05
97	1.03	-1.06	-0.66	0.34	44.73
99	1.01	-1.09	-0.68	0.32	42.24
99.9	1	-1.10	-0.69	0.31	41.40

$\sigma$  – deviation of the ordinate of the binominal asymmetric curve of provision (frequency) from the average (from 1.0) when  $C_v=1.0$  (Ribikin table);  $C_v$  - coefficient of variation;  $k_s$  – module coefficient of the ordinate;  $Q_{max}$  – average maximum discharge.

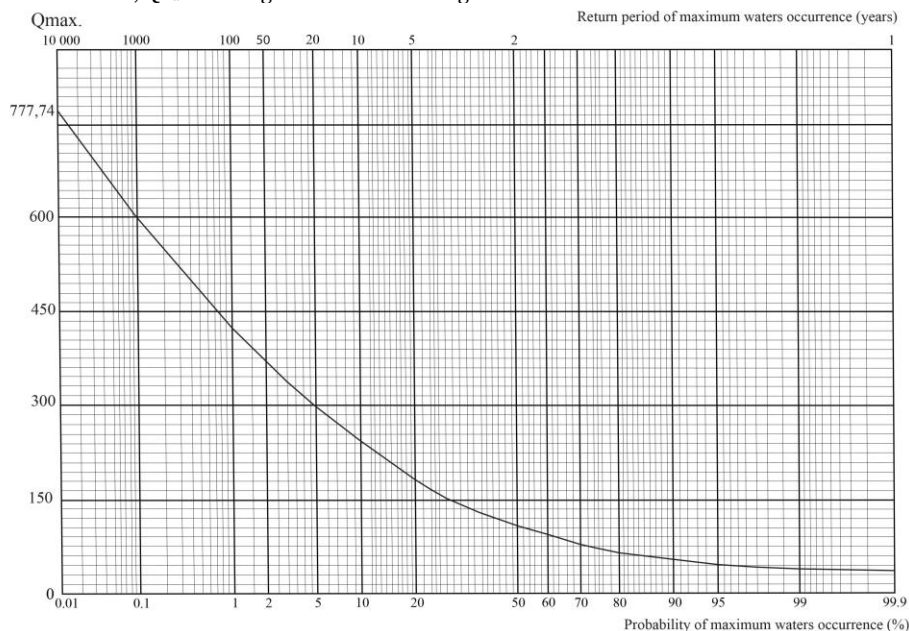


Fig. 6. Curve of occurrence probability of maximum discharges of the Toplica River on the Pepeljevac profile



The obtained results show that the maximum discharge of 41.40 m<sup>3</sup>/s can be expected each year with 99.9 % occurrence probability, while the discharge of 42.24 m<sup>3</sup>/s can be expected with 99 % probability. Maximum annual discharge of at least 109.55 m<sup>3</sup>/s can be expected every other year. Maximum recorded discharge of 468 m<sup>3</sup>/s, which was recorded in Pepeljevac in the period from 1951 to 2014, can be expected once in every 300 years.

### **Statistical analysis of low waters**

In the summer period of a year, due to high air temperatures enhanced evaporation and evapotranspiration, the balance of surface waters is unfavorable. In the period from 1951 to 2014, minimum waters occurred mostly in August and September.

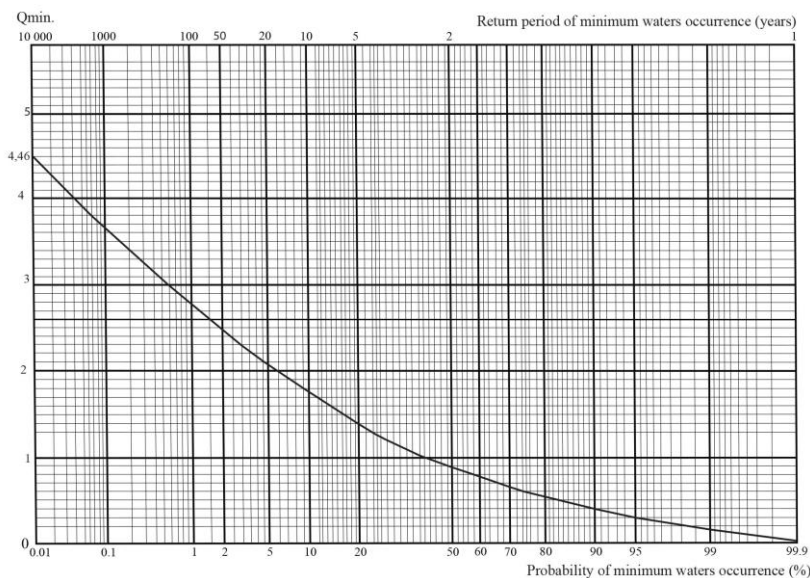
Low water prognosis was done by applying the same methods as with the high water prognosis. An average multi-annual minimum discharge on the Pepeljevac station in the period from 1951 to 2014 was calculated. It was 1.01 m<sup>3</sup>/s. This coefficient is  $C_v = 0.55$  for the Toplica River. Coefficient of asymmetry ( $C_s$ ) is 0.88. In order to avoid negative values it was calculated as  $C_s = 2C_v$ , ( $0.55 \cdot 2 = 1.1$ ).

On the basis of these parameters and Ribikin table, the probabilities of minimum water levels occurrence on the hydrological station Pepeljevac were calculated (Tab. 4) and shown graphically by a curve of occurrence probability of minimum discharges (Fig. 7).

Tab. 4. Probable minimum discharges of the Toplica River on the hydrological profile Pepeljevac

Probability	Return period	$\theta$	$\theta \cdot C_v$	$k_s = \theta \cdot C_v + 1$	$Q_{min}$
0.01	10000	6.18	3.41	4.41	4.46
0.1	1000	4.67	2.58	3.58	3.61
1	100	3.09	1.71	2.71	2.73
3	33.3	2.28	1.26	2.26	2.28
5	20	1.89	1.04	2.04	2.06
10	10	1.34	0.74	1.74	1.76
20	5	0.74	0.41	1.41	1.42
25	4	0.54	0.30	1.30	1.31
30	3.3	0.36	0.20	1.20	1.21
40	2.5	0.07	0.04	1.04	1.05
50	2	-0.18	-0.10	0.90	0.91
60	1.6	-0.41	-0.23	0.77	0.78
70	1.42	-0.62	-0.34	0.66	0.66
75	1.33	-0.74	-0.41	0.59	0.60
80	1.25	-0.85	-0.47	0.53	0.54
90	1.11	-1.10	-0.61	0.39	0.40
95	1.05	-1.28	-0.71	0.29	0.30
97	1.03	-1.38	-0.76	0.24	0.24
99	1.01	-1.52	-0.84	0.16	0.16
99.9	1	-1.68	-0.93	0.07	0.07

$\theta$  – deviation of the ordinate of the binominal asymmetric curve of provision (frequency) from the average (from 1.0) when  $C_v=1.0$  (Ribikin table);  $C_v$  - coefficient of variation;  $k_s$  – module coefficient of the ordinate;  $Q_{min}$  – average minimum discharge.



*Fig. 7. Curve of occurrence probability of minimum discharges of the Toplica River on the hydrological profile Pepeljevac*

The results obtained by this analysis refer to the conclusion that the minimum discharge of  $0.07 \text{ m}^3/\text{s}$  can be expected once in 1000 years with 99.9 % non-overcoming probability, while the discharge of  $0.16 \text{ m}^3/\text{s}$  can be expected with 99 % non-overcoming occurrence probability. The absolute recorded minimum discharge of  $0.085 \text{ m}^3/\text{s}$ , which was recorded in the analyzed period, can be expected every year. Low waters occurrence, the value of which is less than  $1 \text{ m}^3$  occurs often, with probability of occurrence from 50 to 99.9 %.

## Conclusion

On the basis of data on discharge in the period from 1951 to 2014 probability of average, minimum, maximum discharges occurrence on the Pepeljevac hydrological profile on the Toplica River was estimated.

Coefficient of variation for average annual discharges for the Toplica River is  $C_v = 0.38$ , which points to a significant oscillation in discharge. Maximum average monthly discharges in the analyzed period were recorded in April and March, while minimum average discharges occur at the end of summer and the beginning of autumn, that is, in August and September. Values of maximum average discharges in spring months are 48 – 49 % higher than average annual discharge. Minimum discharges at the end of summer and the beginning of autumn are a consequence of high summer temperatures and increased evaporation.

When the years were classified by water richness, during the 64-year analyzed period, discharge was above average value for 29 years, while it was below average for 35 years. There were somewhat more rich in water (16) than dry (14) years.

Coefficient of variation of maximum annual discharges for the Toplica River is  $C_v = 0.63$ , which points out to significant fluctuation in annual maximum discharges. Maximum recorded discharge of 468 m<sup>3</sup>/s, which was recorded in Pepeljevac in the period from 1951 to 2014, can be expected once in every 300 years.

Coefficient of variation of minimum annual discharges is  $C_v = 0.55$ , pointing out to exceptional fluctuation. By analyzing probability curve of minimum discharge occurrence, minimum discharge of 0.07 m<sup>3</sup>/s can be expected each year. Absolute minimum discharge of 0.085 m<sup>3</sup>/s, which was recorded in the analyzed period, can be expected every year. Such low waters regime can lead to significant problems in water management, especially during summer months.

Water management planning is significantly more aggravated because of exceptional fluctuation in discharge of the Toplica River. To abate the consequences of high and low waters, forming of reservoir Selova on the Toplica, the construction of which started in 1986, will be very important, as well as a series of other measures, such as defensive embankments, dams, watercourse regulation, deforestation, and so on.

### **Acknowledgment**

This paper was done with the financial support of the project OI 176008 approved by the Ministry of Education and Science and Technological Development of the Republic of Serbia.

### **References**

- Bolgov, M. & Korobkina, E. (2013). Applying the Log Pearson type III distribution for modeling annual inflow to the closed lake. *Water & Environmental Dynamics, 6<sup>th</sup> International Conference on Water Resources and Environment Research*, Koblenz, Germany.
- Vasilevski, D. & Radevski, I. (2014). Analysis of high waters on the Kriva reka river, Macedonia. *Acta geographica Slovenica*, 54(2).
- Гавриловић, Љ. (1988). *Хидрологија у просторном планирању*. Београд: Природно математички факултет, Одсек за географију и просторно планирање.
- Гавриловић, Љ. & Дукић, Д. (2014). *Реке Србије*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
- Димитријевић, Љ. (2010). Хидрогеографска студија реке Расине. Магистарски рад. Универзитет у Београду, Географски факултет, Београд.
- Димитријевић, Љ., Радивојевић, А. & Филиповић, И. (2010). Хидрографске прогнозе великих и малих вода реке Расине, *Гласник Српског географског друштва*, 90 (2).
- Ђокић, М. (2010). Хидрогеографска студија реке Јерме. Магистарски рад. Универзитет у Београду, Географски факултет, Београд.
- Ђокић, М. (2015). Нишава – потамолошка студија. Докторска дисертација. Универзитет у Нишу, Природно – математички факултет.
- Ђокић, М., Џивковић, Н., Голубовић, Н., Николић, М. & Драговић, Р. (2015). Hydrological forecasts of average, low and high waters in the Gaberska River Basin. *Serbian Journal of Geosciences*, 1 (1).
- Kendall, M. G. (1975). *Rank Correlation Methods. 4th edition*. London: Charles Griffin.
- Ковачевић-Мајкић, Ј. (2009). Хидрогеографска студија реке Скрапеж. *Посебна издања Географског Института "Јован Цвијић"*, књ. 74.
- Мартић Бурсаћ, Н. (2015). Утицај атмосферских осцилација на колебање протицаја река у Србији. Докторска дисертација, Природно-математички факултет, Универзитет у Нишу.

- Милановић, А. (2006). Хидролошка прогноза великих вода у сливу Лепенице и заштита од поплава. *Гласник Српског географског Друштва*, 86 (1).
- Милановић, А. (2007). Хидрогеографска студија реке Лепенице. *Посебна издања Географског Института "Јован Цвијић"*, књ. 70.
- Милијашевић, Д. (2010). Хидрогеографска студија реке Бегење. *Посебна издања Географског Института "Јован Цвијић"*, књ. 76.
- Оцокољић, М. (1994). Цикличност сушних и водних периода у Србији. *Посебна издања Географског института "Јован Цвијић" САНУ*, 46.
- Radivojević, A., Martić Bursać, N., Gocić, M., Filipović, I., Pavlović, M., Radovanović, M., Stričević, Lj. & Punišić, M. (2015). Statistical Analysis of Temperature Regime Change on the Example of Sokobanja Basin in Eastern Serbia, *Thermal Science*, Vinča Institute of Nuclear Sciences, DOI:10.2298/TSCI150119019R.
- Ристић, Р., Радић, Б. & Васиљевић, Н. (2009). Карактеристике великих вода на бујичним сливовима у Србији. *Гласник Српског географског Друштва*, 89 (4).
- Станојевић, Р. М. (2001). Туристичке вредности Топличког краја. *Библиотека часописа „Економика“*, 78.
- Урошев, М. (2007). Слив Голијске Моравице – хидролошка анализа. *Посебна издања Географског Института "Јован Цвијић"*, књ. 69.

Оригинални научни рад

UDC 556.06 (1/9) (497.11)  
DOI: 10.2298/GSGD1601026M

Примљено: 16. септембра 2016.

Кориговано: 3. новембра 2016.

Прихваћено: 9. новембра 2016.

**Наташа Мартић Бурсаћ<sup>1\*</sup>, Љиљана Стричевић\*,  
Милена Николић\*, Радомир Ивановић\*\***

## **СТАТИСТИЧКА АНАЛИЗА СРЕДЊИХ, ВЕЛИКИХ И МАЛИХ ВОДА РЕКЕ ТОПЛИЦЕ**

**Извод:** Река Топлица извире на источним падинама Копаоника и највећа је лева притока Јужне Мораве, у коју се улива код Корвинграда. Њена дужина је 130 km и има површину слива од 2180 km<sup>2</sup>. У овом раду процењена је вероватноћа појаве средњих, минималних и максималних протицаја на хидролошком профилу Пепељевац на Топлици у периоду од 1951-2014. године. За прорачун вероватноће појаве средњих, минималних и максималних годишњих протицаја коришћена је Пирсон III расподела. На основу вероватноће појаве средњих годишњих протицаја извршено је рангирање година по водности. Мен-Кенделовим тестом је испитан тренд протицаја Топлице, а тестовима Pettit, SNTH, Buishand и von Neumann испитана је хомогеност података на посматраном профилу. Анализа средње годишњих протицаја, указује да су најбројније средње водне године (29), са нешто већим учешћем водних (16) у односу на сушне (14) године. Коефицијенти варијације максималних и минималних годишњих протицаја за реку Топлицу указују на значајно колебање протицаја узводно од хидролошког профила Пепељевац. Овакви резултати представљају основу за даља истраживања и побољшање водопривредног планирања у сливу.

**Кључне речи:** река Топлица, хидролошке прогнозе, рангирање година по водности

---

<sup>1</sup> natasam@pmf.ni.ac.rs (аутор за кореспонденцију)

\*Универзитет у Нишу, Природно-математички факултет, Департман за географију

\*\*Универзитет у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици, Природно-математички факултет, Департман за географију

## Увод

Топлица је највећа лева притока Јужне Мораве у коју се улива код Корвинграда. Настаје на источним падинама Копаоника спајањем Ђерекаруше и Луковске реке. Њена дужина је 130 km и има површину слива од 2180 km<sup>2</sup>. До Куршумлије Топлица протиче кроз уску и дубоку долину. Од Куршумлије долина је шира и плића. Узводно од Куршумлије Топлица је широка највише 10-12 m и дубока до 0,90 m. Између Куршумлије и Прокупља широка је до 20 m и дубока до 1,50 m, а низводно на току кроз Добрич широка је до 25 m и дубока 1-2 m (Гавриловић, 2014). Највећи удео отицаја Топлице (76 %) се формира на простору од Куршумлије до села Белољина (Станојевић, 2001).

*Сл. 1. Слив Топлице са хидролошким профилем Пепељевац (стр. 27)*

У хидролошким проучавањима један од најважнијих задатака је процена величине протицаја и водостаја који се у будућности могу очекивати на неком хидролошком профилу, а на основу протицаја који су се већ догодили. Протицаји зависе од великог броја чинилаца и подлежу законима случајности, због чега се могу проучавати статистичким методама. Статистичка анализа вероватноће појаве карактеристичних протицаја на рекама била је предмет многих хидролошких проучавања (Гавриловић, 1988; Милановић, 2007; Урошев, 2007; Ристић, 2009; Димитријевић, 2010; Ђокић, 2010; Bolgov и Korobkina, 2013; Vasilevski и Radevski, 2014).

За поуздану статистичку анализу неопходно је узети у обзир што дужи низ података. За анализу средњих, великих и малих вода коришћене су вредности средњих годишњих, минималних и максималних годишњих протицаја за период 1951-2014. године, са хидролошког профила Пепељевац. Хидролошка станица Пепељевац се налази на 69,5 km од ушћа Топлице у Јужну Мораву. Површина слива на профилу износи 986 km<sup>2</sup>, са котом "о" осматрања на 329,9 m надморске висине. Циљ овог рада је прорачун вероватноће појаве средњих, минималних и максималних годишњих протицаја Топлице, што је значајно за водопривредно планирање у сливу Топлице, узводно од хидролошке станице Пепељевац.

## Методe истраживања

Вероватноћа појаве средњих, великих и малих вода у реци се врши на основу података о средњим, апсолутно максималним и минималним протицајима, методом годишњих максимума. Постоји већи број функција расподела које се користе за израчунавање вероватноће појаве малих, великих и средњих вода, али је најчешће у употреби Пирсон III расподела (Гавриловић, 1988; Милановић, 2006; Ђокић, 2015а, 2015б; Димитријевић, 2010; Ковачевић-Мајкић, 2009; Милијашевић, 2010). За израду криве вероватноће појаве средњих, максималних и минималних протицаја Топлице коришћена је Пирсон III расподела.

На основу вероватноће појаве средњих годишњих протицаја извршено је рангирање година по водности према Оцокољићу (1994) на: катастофално сушне, веома сушне, сушне, средње водне, водне, веома водне и катастрофално водне.

Мен-Кенделовим тестом (Kendall, 1975) је испитан тренд протицаја Топлице на посматраном профилу Пепељевац у мерном периоду 1951-2014. године (Мартић

Бурсаћ, 2015). Хомогеност података је испитана тестовима Pettit, SNTH, Buishand и von Neumann (Radivojević и др., 2015).

## **Резултати и дискусија**

### ***Статистичка анализа средњих вода***

На основу података о протицају Топлице у периоду 1951-2014. године, израчунати су средњи месечни и годишњи протицаји на хидролошком профилу Пепељевац (Сл. 2).

*Сл. 2. Хидрограм Топлице на хидролошком профилу Пепељевац за период 1951-2014.(стр. 29)*

Максимални средњи месечни протицаји у анализираном периоду забележени су у априлу и марту, док се минимални средњи протицаји јављају крајем лета и почетком јесени, тј. у августу и септембру. Вредности максималних средњих протицаја у пролећним месецима су веће за 48 – 49 % од средњег годишњег протицаја. Минимални протицаји крајем лета и почетком јесени последица су смањене количине падавина у топлијем периоду године, као и високих летњих температура ваздуха и испаравања.

Тестови хомогености Pettit, SNTH, Buishand и von Neumann показују да су подаци хомогени и да се не могу идентификовати статистички значајне тачке прекида у низу података.

Мен-Кенделовим тестом је утврђено да не постоји статистички значајан тренд протицаја Топлице на посматраном профилу Пепељевац у мерном периоду 1951-2014. године.

### ***Рангирање година по водности***

За рангирање година по водности разматран је период од 1951-2014. године са хидролошког профила Пепељевац на Топлици. Са графика средње годишњих вредности протицаја (Сл. 3) уочава се да су неке године веома богате водом (1955. – 18,58 m<sup>3</sup>/s; 2006. – 13,3 m<sup>3</sup>/s; 1954. – 12,04 m<sup>3</sup>/s), док су друге сиромашније (1968. – 3,05 m<sup>3</sup>/s; 1994. – 3,32 m<sup>3</sup>/s; 1990. – 3,79 m<sup>3</sup>/s). Бројнији су испод просечни протицаји од изнад просечних. Током испитиваног периода од 64 године, протицај је био изнад просечне вредности 29 година а испод просека 35 година.

*Сл. 3. Средње годишње вредности протицаја Топлице на хидролошком профилу Пепељевац у периоду 1951-2014. године и средњи годишњи протицај за испитивани период (стр. 29)*

За прогнозу протицаја Топлице прво је израчунат просечан вишегодишњи средњи протицај на станици Пепељевац у периоду 1951-2014. године, који износи 7,09 m<sup>3</sup>/s. Затим је утврђен модулни коефицијент (к) који је послужио да се израчуна коефицијент варијације (C<sub>v</sub>). Овај коефицијент за реку Топлицу износи C<sub>v</sub> = 0,38, што указује на знатну променљивост годишњих средњих протицаја. Коефицијент асиметрије (C<sub>s</sub>) износи 1,40. На основу ових параметара и таблице Рибикина израчунате су вероватноће појаве средњих водостаја на хидролошкој станици Пепељевац (Таб. 1) и приказане су графички кривом вероватноће појављивања средњих протицаја (Сл. 4).

Таб. 1. Вероватноће појаве средње годишњих протицаја Топлице на хидролошком профилу Пепељевац за период 1951-2014.

Вероватноћа	Поврат. период	$\phi$	$\phi \cdot C_v$	$k_s = \phi \cdot C_v + 1$	$Q_{av.}$
0.01	10000	6.87	2.62	3.62	25.68
0.1	1000	5.09	1.94	2.94	20.86
1	100	3.27	1.25	2.25	15.94
3	33.3	2.37	0.90	1.90	13.50
5	20	1.94	0.74	1.74	12.34
10	10	1.34	0.51	1.51	10.72
20	5	0.71	0.27	1.27	9.01
25	4	0.49	0.19	1.19	8.42
30	3.3	0.31	0.12	1.12	7.93
40	2.5	0.02	0.01	1.01	7.14
50	2	-0.22	-0.08	0.92	6.50
60	1.6	-0.44	-0.17	0.83	5.90
70	1.42	-0.64	-0.24	0.76	5.36
75	1.33	-0.73	-0.28	0.72	5.12
80	1.25	-0.83	-0.32	0.68	4.85
90	1.11	-1.04	-0.40	0.60	4.28
95	1.05	-1.17	-0.45	0.55	3.93
97	1.03	-1.23	-0.47	0.53	3.76
99	1.01	-1.32	-0.50	0.50	3.52
99.9	1	-1.39	-0.53	0.47	3.33

$\phi$  – Одступање ординате биноминалне асиметричне криве обезбеђености (учесталости) од средине (од 1,0) при  $C_v=1,0$  (Табела Рибикина);  $C_v$  - коефицијент варијације;  $k_s$  – модулни коефицијент ординате;  $Q_{\text{макс.}}$  – просечни максимални протицај

Сл. 4. Крива вероватноће појављивања средњих годишњих протицаја Топлице на хидролошком профилу Пепељевац (стр. 31)

На основу Пирсон III расподеле извршена је класификација година према водности (Оцокољић, 1994). Према овој класификацији рангиране су године по водности за Топлицу у Пепељевцу на: катастрофално сушне (< 3,52 m<sup>3</sup>/s), веома сушне (3,52 – 3,93), сушне (3,93 – 5,12), средње водне (5,12 – 8,42), водне (8,42 – 12,34), веома водне (12,34 – 15,94) и катастрофално водне (> 15,94) (Таб. 2).

У испитиваном периоду најводнија је била 1955. година и спада у катастрофално водне, са вероватноћом појаве испод 1%. Тада је средњи годишњи протицај износио 18,58 m<sup>3</sup>/s воде. Катастрофално сушним годинама припадају 1968. (3,05 m<sup>3</sup>/s) и 1994. (3,32 m<sup>3</sup>/s), са вероватноћом појаве такве године испод 1%. Највећи број година спада у средње водне године, са вероватноћом појаве од 25-75%. По једна година је веома сушна и веома водна. Веома сушна је 1990. када је средњи годишњи протицај износио 3,79 m<sup>3</sup>/s, док је веома водна 2006. година са 13,13 m<sup>3</sup>/s. Забележено је нешто више водних (16) од сушних (14) година.

Резултати добијени прогнозом појаве средњих вода упућују на закључак да се сваке године може очекивати средњи протицај са вероватноћом појаве 99,9%, од 3,33 m<sup>3</sup>/s, а са вероватноћом појаве од 99%, протицај од 3,52 m<sup>3</sup>/s. Сваке друге године може се очекивати средњи годишњи протицај од 6,50 m<sup>3</sup>/s. Најмањи средњи



годишњи протицај од 3,05 m<sup>3</sup>/s, који је забележен 1968. године, може се очекивати сваке године.

Таб. 2. Рангирање година по водности Топлице на хидролошком профилу Пепељевац за период 1951-2014.

Водне године	Протицај (m <sup>3</sup> /s)	Године	Број година
<b>Катастр. сушне</b>	<3.52	1968, 1994	2
<b>Веома сушне</b>	3.52–3.93	1990	1
<b>Сушне</b>	3.93 – 5.12	1951, 1964, 1966, 1969, 1971, 1972 1983, 1993, 2000, 2001, 2008, 2011, 2012, 2013	14
<b>Средње водне</b>	5.12 – 8.42	1952, 1953, 1959, 1960, 1961, 1962, 1963, 1965, 1967, 1970, 1973, 1974, 1975, 1977, 1982, 1985, 1986, 1987, 1988, 1989, 1991, 1992, 1995, 1998, 2002, 2003, 2004, 2007, 2009	29
<b>Водне</b>	8.42–12.34	1954, 1956, 1957, 1958, 1976, 1978, 1979, 1980, 1981, 1984, 1996, 1997, 1999, 2005, 2010, 2014	16
<b>Веома водне</b>	12.34 – 15.94	2006	1
<b>Катаст. водне</b>	>15.94	1955	1

### Статистичка анализа великих вода

У периоду од 1951. до 2014. године максималне воде су се јављале углавном у марту и априлу. Велике воде су последица наглог отапања снега у вишим деловима слива.

Апсолутно максимални протицај на станици Пепељевац на Топлици у посматраном периоду, забележен је 07.06.1976. године и износио је 468 m<sup>3</sup>/s. Апсолутно минимални протицај је забележен 03.09.1952. године и износио је 0,085 m<sup>3</sup>/s. Однос апсолутно максималних и минималних протицаја на реци Топлици у Пепељевцу током испитиваног периода износи 1:5506.

Сл. 5. Велике, средње и мале воде реке Топлице на хидролошком профилу Пепељевац за период 1951-2014. (стр. 32)

За прогнозу максималних протицаја Топлице прво је израчунат просечан вишегодишњи максимални протицај на станици Пепељевац у периоду 1951-2014. године, који износи 132,82 m<sup>3</sup>/s. Модулни коефицијент (k) је послужио да се израчуна коефицијент варијације, који за реку Топлицу износи C<sub>v</sub> = 0,63, и указује на знатну променљивост годишњих максималних протицаја. Коефицијент асиметрије (C<sub>s</sub>) износи 1,79. На основу ових параметара и таблице Рибикина израчунате су вероватноће појаве максималних протицаја на хидролошкој станици Пепељевац (Таб. 3) и приказане су графички кривом вероватноће појављивања максималних протицаја (Сл. 6).

Таб. 3. Вероватни максимални протицаји Топлице на хидролошком профилу Пепељевац

Вероват. (%)	Вероват. у год.	$\theta$	$\theta \cdot C_v$	$k_s = \theta \cdot C_v + 1$	$Q_{\max}$
0.01	10000	7.76	4.86	5.86	777.74
0.1	1000	5.64	3.53	4.53	601.55
1	100	3.50	2.19	3.19	423.70
3	33.3	2.46	1.54	2.54	337.27
5	20	1.98	1.24	2.24	297.38
10	10	1.32	0.83	1.83	242.53
20	5	0.64	0.40	1.40	186.01
25	4	0.42	0.26	1.26	167.73
30	3.3	0.24	0.15	1.15	152.77
40	2.5	-0.05	-0.03	0.97	128.67
50	2	-0.28	-0.18	0.82	109.55
60	1.6	-0.48	-0.30	0.70	92.93
70	1.42	-0.64	-0.40	0.60	79.63
75	1.33	-0.72	-0.45	0.55	72.99
80	1.25	-0.80	-0.50	0.50	66.34
90	1.11	-0.94	-0.59	0.41	54.70
95	1.05	-1.02	-0.64	0.36	48.05
97	1.03	-1.06	-0.66	0.34	44.73
99	1.01	-1.09	-0.68	0.32	42.24
99.9	1	-1.10	-0.69	0.31	41.40

$\theta$  – Одступање ординате биноминалне асиметричне криве обезбеђености (учесталости) од средине (од 1,0) при  $C_v=1,0$  (Табела Рибикина);  $C_v$  - коефицијент варијације;  $k_s$  – модулни коефицијент ординате;  $Q_{\max}$  – просечни максимални протицај.

Добијени резултати говоре да се сваке године може очекивати максимални протицај од 41,40 m<sup>3</sup>/s са вероватноћом појаве 99,9 %, а протицај од 42,24 m<sup>3</sup>/s са вероватноћом од 99 %. Сваке друге године може се очекивати максимални годишњи протицај од 109,55 m<sup>3</sup>/s. Максимални забележени протицај од 468 m<sup>3</sup>/s, који се јавио у Пепељевцу у периоду 1951-2014. године, може се очекивати једном у 300 година.

Сл. 6. Крива вероватноће појављивања максималних протицаја Топлице на хидролошком профилу Пепељевац (стр. 33)

### Статистичка анализа малих вода

У летњем периоду године, услед високих температура ваздуха, повећане евапорације и евапотранспирације, биланс површинских вода је неповољан. У периоду од 1951. до 2014. године минималне воде су се јављале углавном у августу и септембру.

Прогнозе малих вода извршене су применом истих метода као и код прогнозе великих вода. Израчунат је просечан вишегодишњи минимални протицај на станици Пепељевац у периоду 1951-2014. године, који износи 1,01 m<sup>3</sup>/s. Овај коефицијент за реку Топлицу износи  $C_v = 0,55$ . Коефицијент асиметрије ( $C_s$ ) износи 0,88, а да би се избегле негативне вредности израчунат је као  $C_s=2C_v$ , (0,55·2=1,1).

На основу ових параметара и таблице Рибикина израчунате су вероватноће појаве минималних водостаја на хидролошкој станици Пепељевац (Таб. 4) и приказане су графички, кривом вероватноће појављивања минималних протицаја (Сл. 7).

Таб. 4. Вероватни минимални протицаји Топлице на хидролошком профилу Пепељевац

Вероват. (%)	Вероват. у год.	$\sigma$	$\sigma \cdot C_v$	$k_s = \sigma \cdot C_v + 1$	$Q_{\min}$
0.01	10000	6.18	3.41	4.41	4.46
0.1	1000	4.67	2.58	3.58	3.61
1	100	3.09	1.71	2.71	2.73
3	33.3	2.28	1.26	2.26	2.28
5	20	1.89	1.04	2.04	2.06
10	10	1.34	0.74	1.74	1.76
20	5	0.74	0.41	1.41	1.42
25	4	0.54	0.30	1.30	1.31
30	3.3	0.36	0.20	1.20	1.21
40	2.5	0.07	0.04	1.04	1.05
50	2	-0.18	-0.10	0.90	0.91
60	1.6	-0.41	-0.23	0.77	0.78
70	1.42	-0.62	-0.34	0.66	0.66
75	1.33	-0.74	-0.41	0.59	0.60
80	1.25	-0.85	-0.47	0.53	0.54
90	1.11	-1.10	-0.61	0.39	0.40
95	1.05	-1.28	-0.71	0.29	0.30
97	1.03	-1.38	-0.76	0.24	0.24
99	1.01	-1.52	-0.84	0.16	0.16
99.9	1	-1.68	-0.93	0.07	0.07

$\sigma$  – deviation of the ordinate of the binominal asymmetric curve of provision (frequency) from the average (from 1.0) when  $C_v=1.0$  (Ribikin table);  $C_v$  - coefficient of variation;  $k_s$  – module coefficient of the ordinate;  $Q_{\min}$  – average minimum discharge.

Сл. 7. Крива вероватноће појављивања минималних протицаја Топлице на хидролошком профилу Пепељевац (стр. 35)

Резултати добијени овом анализом упућују на закључак да се једном у 1000 година, или са вероватноћом непревазилажења 99,9 %, може очекивати минимални протицај од 0,07 m<sup>3</sup>/s, а са вероватноћом непревазилажења 99 %, протицај од 0,16 m<sup>3</sup>/s. Апсолутно забележени минимални протицај од 0,085 m<sup>3</sup>/s, који је забележен у испитиваном периоду, може се очекивати сваке године. Појава малих вода чија је вредност мања од 1 m<sup>3</sup> је честа, са вероватноћом непревазилажења од 50-99,9 %.

## Закључак

На основу података о протицају у периоду 1951-2014. године процењена је вероватноћа појаве средњих, минималних и максималних протицаја на хидролошком профилу Пепељевац на Топлици.

Коефицијент варијације средњих годишњих протицаја за реку Топлицу износи  $C_v = 0,38$ , што указује на значајно колебање протицаја. Максимални средњи

месечни протицаји у анализираном периоду забележени су у априлу и марту, док се минимални средњи протицаји јављају крајем лета и почетком јесени, тј. у августу и септембру. Вредности максималних средњих протицаја у пролећним месецима су веће за 48 – 49 % од средњег годишњег протицаја. Минимални протицаји крајем лета и почетком јесени последица су високих летњих температура ваздуха и повећаног испаравања.

Рангирањем година по водности, током испитиваног периода од 64 године, протицај је био изнад просечне вредности 29 година а испод просека 35 година. Забележено је нешто више водних (16) од сушних (14) година.

Коефицијент варијације максималних годишњих протицаја за реку Топлицу износи  $C_v = 0,63$ , што указује на знатну променљивост годишњих максималних протицаја. Максимални забележени протицај од  $468 \text{ m}^3/\text{s}$ , који се јавио у Пепелевцу у периоду 1951-2014. године, може се очекивати једном у 300 година.

Коефицијент варијације минималних годишњих протицаја износи  $C_v = 0,55$ , што указује на изразито колебање. Анализом криве вероватноће појављивања минималних протицаја сваке године се може очекивати минимални протицај од  $0,07 \text{ m}^3/\text{s}$ . Апсолутно минимални протицај од  $0,085 \text{ m}^3/\text{s}$  који је забележен у испитиваном периоду, може се очекивати сваке године. Овакав режим малих вода може да доведе до значајних проблема у водопривреди, нарочито током летњих месеци.

Водопривредно планирање је знатно отежано изразитим колебањем протицаја Топлице. За ублажавање последица великих и малих вода од великог значаја ће бити формирање акумулације Селова на Топлици, чија је изградња започета 1986. године, као и низ других мера као што су одбрамбени насипи, бране, регулација водотока, растеретни канали, пошумљавање и др.

### ***Захвалност***

Истраживање представљено у овом раду подржано је од стране Министарства за образовање, науку и технолошки развој Републике Србије, у оквиру пројекта НО 176008.

### **Литература (стр. 36)**