

КАРТОГРАФСКЕ КОНУСНЕ ПРОЈЕКЦИЈЕ И ЊИХОВА ПРИМЕНА У ДРЖАВНОЈ КАРТОГРАФИЈИ

МИРКО БОРИСОВ^{*1} МИРО ГОВЕДАРИЦА^{*2} ВЛАДИМИР ПЕТРОВИЋ^{**3}

** Универзитет у Новом Саду – Факултет техничких наука*

*** Институт за ХТМ, Београд*

Сажетак: У раду се разматрају картографске конусне пројекције и њихова примена у изради географских карата у нашој државној картографији. До сада су се често примењивале, а и будуће ће се користити управо конусне, поликонусне и модификоване поликонусне пројекције за потребе службене картографије (1:500 000, 1:750 000, 1:1000 000 и 1:1500 000). Посебно су разматране картографске конусне пројекције у размери 1:1000 000. То су Ламбертова конусна конформна пројекција са две стандардне паралеле и Модификована поликонусна пројекција. Осим поменутих картографских конусних пројекција, описана је и Бонеова еквивалентна псеудоконусна пројекција. Ово је једна од картографских конусних пројекција која се најчешће примењује у изради тематских карата, као и за потребе атласног издања географских карата код нас и у свету.

Кључне речи: Географија, картографија, службена картографија, конусна пројекција, примена.

Увод

У картографији постоје различити закони пресликавања (начини пројектовања) криве површи Земљиног елипсоида или сфере на равну површ или на неке друге површи које се могу развити у раван (цилиндар, конус). При томе, у нашој службеној картографији примењују се најчешће две групе картографских пројекција. Прва група се односи на цилиндричне, а друга на конусне пројекције. Цилиндричне картографске пројекције се више примењују за премер и картирање у крупнијој размери (топографске карте), а конусне картографске пројекције за карте у ситнијој размери (прегледне и тематске).

Предмет овог рада су управо картографске конусне пројекције, а циљ је да се презентују математичка својства и основна подела према тим својствима. Такође, имајући у виду њихова основна математичка својства треба истаћи њихову досадашњу али и будућу примену у службеној картографији Србије.

Посебно је описана Ламбертова конусна пројекција, односно Модификована поликонусна пројекција која се примењивала за Међународну карту света у размери 1:1000 000 (МКС 1000). Ова географска карта је имала велики значај у државној картографији Србије (историјски, међународни, технолошки). Посебно треба истаћи великог српског научника професора географије Јована Цвијића који је учествовао на

¹ mborisov@EUnet.rs

² miro.govedarica@gmail.com

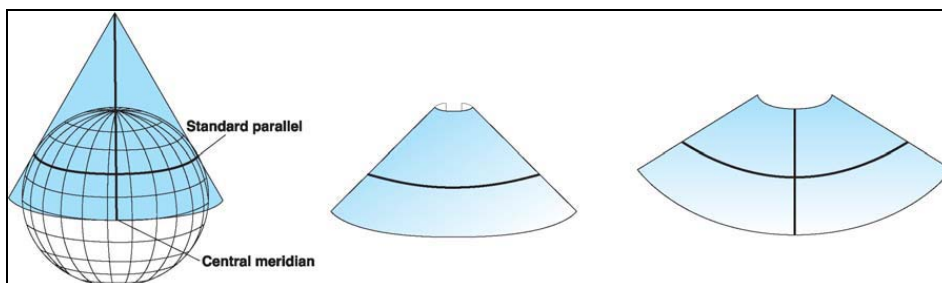
³ vladimirpetrovic.gis@gmail.com

многим међународним конференцијама и значајно допринеo развоју ове идеје и највећем светском картографском пројекту у то време. Такође, као резултат многих картографско-редакцијских истраживања код нас и примене нових технологија у картографији, урађена је прва дигитална географска карта у нашој земљи, и то у Ламбертовој конформној конусној картографској пројекцији са две стандардне паралеле (Борисов, 1996).

Основна математичка обележја картографских конусних пројекција

Картографска мрежа конусних пројекција може се добити пројцирањем по законима линеарне перспективе (геометријски) или функција пресликавања (аналитичка). Добијене перспективне конусне пројекције у погледу деформација одликују се извесним средњим својствима, односно међусвојствима. За разлику од перспективних азимутних и, донекле, перспективних цилиндричних пројекција, перспективне конусне пројекције нису стекле практичну примену и имају само теоријски значај. Конусне пројекције засноване на аналитичким решењима и изводима једначина пресликавања имају ширу примену и код нас и у свету.

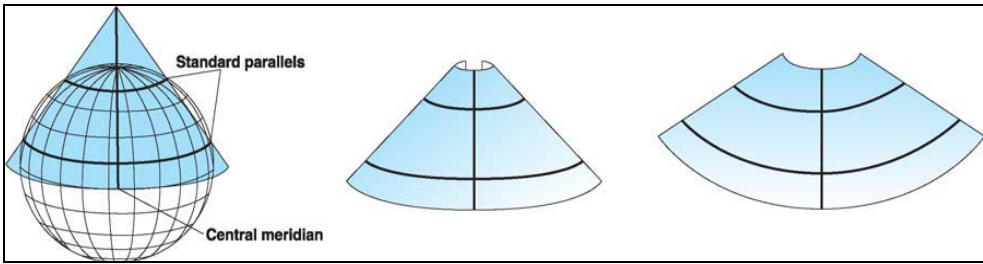
Настајање картографске мреже код конусних пројекција, због очигледности, најчешће се објашњава као резултат пресликавања, односно пројектовања мреже меридијана и паралела са површи елипсоида (лопте) на бочну површ (плашт) конуса, након чега се овај замишљено расеца дуж једне од изводница и развија у раван (слика 1).



Слика 1: Конусна пројекција на тангирајући конус и развијање на раван

У правим конусним пројекцијама паралеле се пресликавају у виду лукова концентричних кругова, а меридијани као споп правих линија, које се сустичу у центру паралела. Углови између слика меридијана (тзв. углови зближавања-конвергенције меридијана) пропорционални су разликама одговарајућих географских дужина и за исте разлике дужина међусобно су једнаки. Размаци између паралела зависе од услова пресликавања који могу бити разноврсни. Ипак, најчешће се користе конформне, еквивалентне и еквилистантне конусне пројекције. Пошто је картографска мрежа састављена од међусобно ортогоналних линија, значи да су код правих конусних пројекција меридијани и паралеле истовремено и главни правци. У косим и попречним конусним пројекцијама меридијани и паралеле су, по правилу, криве линије, осим средњег меридијана, који се пресликава као права линија.

Меридијани и паралеле имају најпростији изглед у правим конусним пројекцијама где чине тзв. нормалну мрежу. У косим и попречним пројекцијама то је случај са вертикалама и алмукантаратима, па све оно што је речено за мрежу меридијана и паралела правих пројекција важи и за нормалну мрежу вертикала и алмукантарата косих и попречних конусних пројекција.



Слика 2. Конусна пројекција на секући конус и развијање на раван

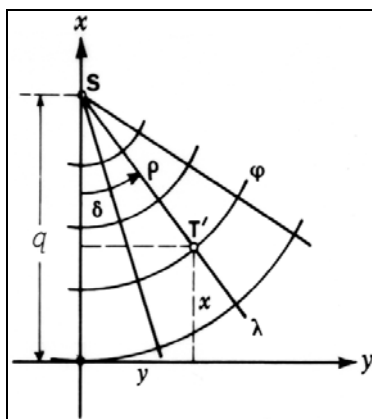
У пракси се најчешће примењују праве конусне пројекције на тангирајући или секући конус (слика 2) и то за приказ области средњих географских ширина, са претежним простирањем у правцу исток-запад и ограниченим протезањем правцем север-југ. Наиме, код правих конусних пројекција линије контакта између површи конуса и елипсоида (лопте) увек су паралеле, и то једна додирна или две секуће паралеле. Дуж њих нема деформације дужина, па се у литератури срећу под називом линије нултих линијских деформација или тзв. стандардне односно главне паралеле. Ако се ово има у виду, јасно је да ће примена тангирајућег или секућег конуса зависити, у првом реду, од величине територије која се пресликава. За подручје релативно уско по ширини (ширина појаса од $6^\circ - 7^\circ$) користи се тангирајући конус, а стандардна (додирна) паралела бира се по средини појаса. За територије са већим протезањем по ширини, користи се секући конус, а стандардне (секуће) паралеле постављају се тако да се обезбеди равномеран распоред деформација.

Подела конусних пројекција према облику нормалних мрежа

Под картографском мрежом се подразумева свака пресликана мрежа координатних линија са елипсоида или лопте. То могу бити меридијани и паралеле система географских координата или мреже састављене од вертикала и алмукантарата, као координатне линије система азимутних координата. Ако картографску мрежу чине меридијани и паралеле, онда се она обично назива основном картографском мрежом, или тзв. географском мрежом карата. Нормална картографска мрежа, пак, јесте мрежа координатних линија, која у одређеној пројекцији има најпростији изглед од свих могућих, тј. има облик карактеристичан за дату пројекцију или групу пројекција. Ако за основу класификације узмемо изглед паралела и меридијана нормалне мреже, конусне пројекције се могу сврстати у неколико група (Јовановић, 1983).

Обичне конусне пројекције

Код обичних конусних пројекција паралеле нормалне мреже су лукови концентричних кругова, а меридијани праве линије које се поклапају са полупречницима паралела. Притом, углови између меридијана су пропорционални разлици географских дужина. Размаци између слика паралела су променљиви и зависе од услова заданих пресликавањем (слика 3).



Слика 3: Нормална мрежа меридијана и паралела код конусних пројекција

Опште једначине конусних пројекција у поларним, односно правоуглим координатама су:

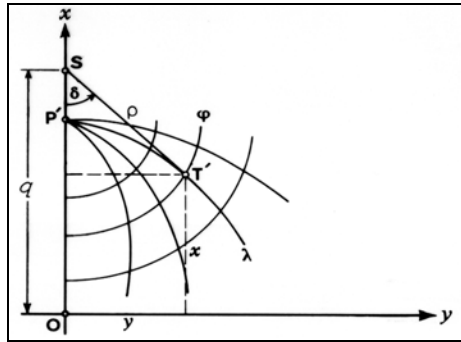
$$\begin{aligned}\delta &= k\lambda \\ \rho &= f(\varphi) \\ x &= q - \rho \cos \delta \\ y &= \rho \sin \delta\end{aligned}$$

где су:

- k - константа пропорционалности, која је: $0 < k < 1$;
- λ - разлика дужина између меридијана на елипоиду;
- δ - разлика дужина између меридијана у пројекцији;
- ρ - радијус паралела у пројекцији (понекад се назива "функција пресликавања");
- q - удаљеност пола система поларних координата (ρ и δ) од почетка правоуглих координата (x, y).

Псеудоконусне пројекције

Паралеле нормалне мреже су концентрични кругови, као и код конусних пројекција, док су меридијани лукови произвољних кривих симетрично размештени око слика средњег меридијана, који се пресликава као права линија. Земљини полови пресликавају се у тачке (слика 4).



Слика 4. Нормална мрежа меридијана и паралела код псеудоконусних пројекција

Опште једначине псеудоконусних пројекција у поларним и правоуглим координатама су:

$$\begin{aligned}\delta &= f_1(\varphi, \lambda) \\ \rho &= f_2(\varphi) \\ x &= q - \rho \cos \delta \\ y &= \rho \sin \delta\end{aligned}$$

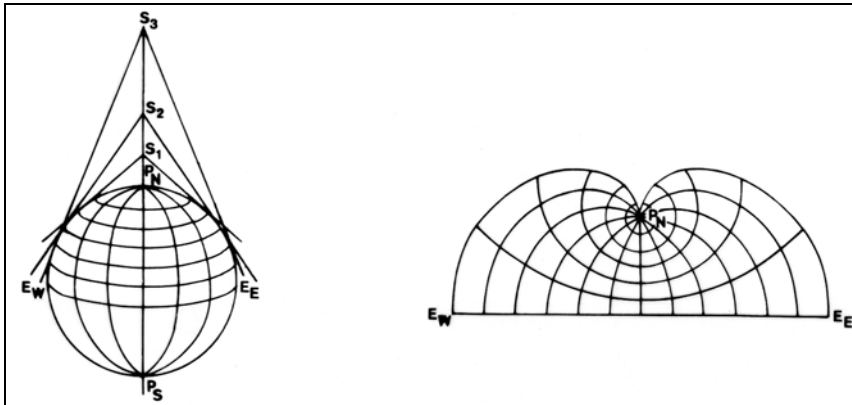
при чему је q – растојање пола поларних координата од координатног почетка правоуглих координата.

Према карактеру деформација, псеудоконусне пројекције се деле на еквивалентне и произвољне. Оне не могу бити конформне, пошто би у том случају меридијани морали бити праве линије које са паралелама заклапају праве углове, а то су праве конусне пројекције. Мрежа меридијана и паралела није ортогонална, тј. не поклапа се са мрежом главних праваца. Изузетак од овог је средњи меридијан.

Једна од највише примењиваних псеудоконусних пројекција јесте Бонеова пројекција. Она је еквивалентна псеудоконусна пројекција ($p = \text{const} = 1$) код које је и размер линијских елемената у правцу паралела једнак јединици. У Бонеовој пројекцији средњи меридијан се пресликава без деформација. Бонеова пројекција се најчешће користи у атласним издањима, односно у ситноразмерним географским картама.

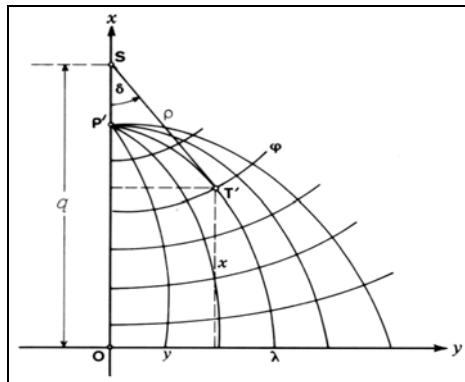
Поликонусне пројекције

Површина Земљиног елипсоида или лопте пројектује се на више конуса, тако да је средња паралела сваког пресликаног појаса, у ствари, додирна паралела једног од конуса (слика 5). Отуда и назив за ове пројекције: вишеконусне или поликонусне пројекције.



Слика 5. Нормална мрежа меридијана и паралела код поликонусних пројекција

Код правих поликонусних пројекција екватор и средњи меридијан обухваћене територије јесу праве линије. Сви остали меридијани су криве линије симетричне према средњем меридијану, а паралеле су лукови ексцентричних кругова, симетрични у односу на екватор. Центри кружних лукова - паралела - налазе се на пројекцији средњег меридијана, тачније, на продужетку средњег меридијана (слика б).



Слика 6. Нормална мрежа меридијана и паралела код поликонусних пројекција

Опште једначине којима се поликонусне пројекције задају у поларним координатама (ρ, δ) , односно у правоуглим координатама (x, y) , изгледају:

$$\begin{aligned}\rho &= f_1(\varphi) \\ \delta &= f_2(\varphi, \lambda) \\ q &= f_3(\varphi) \\ x &= q - \rho \cos \delta \\ y &= \rho \sin \delta\end{aligned}$$

Симболом q означили смо удаљеност центра паралела (полова система поларних координата) од координатног почетка (O) правоуглих координата (x, y) . Овај систем представља најопштији облик једначина поликонусних пројекција на основу

којег се разрађују поједине њихове врсте (групе). С тим у вези, за сваку конкретну групу задају се одговарајући услови пресликавања и тиме, у ствари, дефинише облик функције за ρ односно δ , тако да можемо разликовати: конформне, еквивалентне или условне поликонусне пројекције.

Примена конусних пројекција у нашој службеној картографији

У претходним разматрањима је већ наглашено да пресликавање Земљиног елипсоида на раван нужно проузрокује извесне деформације. Притом картографи настоје обично да изаберу оно пресликавање које је за одређену сврху (намена, територија картирања, размера) најприкладније тј. чије деформације најмање штете постављеном циљу. Међутим, разумљиво је, да нема такве картографске пројекције која може истовремено задовољити све потребне услове. Приликом избора картографских пројекција за службене потребе, посебно треба водити рачуна о следећем:

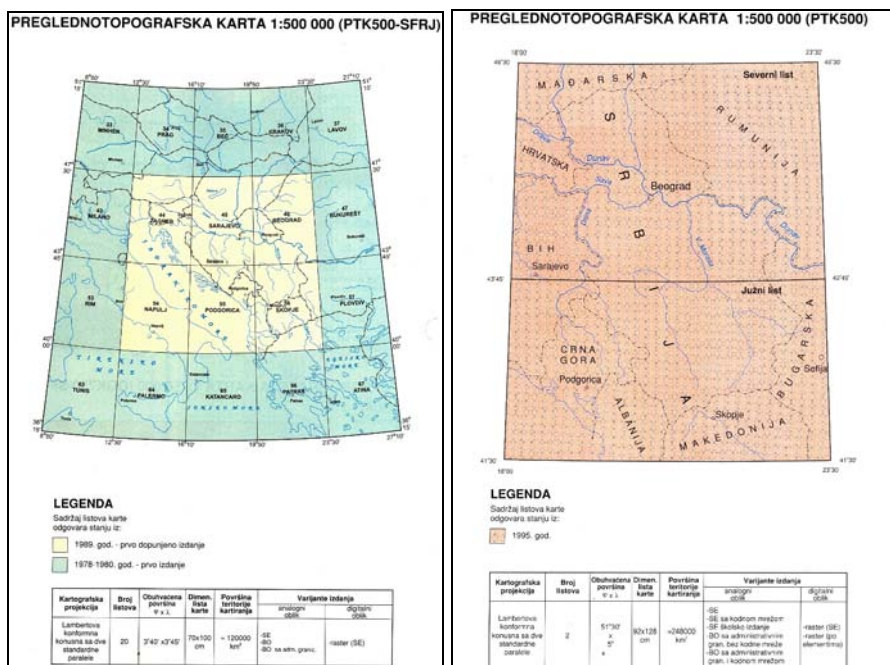
- Географски положај и облик територије картирања треба узети у обзир;
- Линеарне размере треба минимизирати тј. њиховом минимизацијом смањују се и површинске деформације;
- Типизација се мора испоштовати (под појмом типизације се подразумева одржавање исте пројекције у систему карата што олакшава њихово коришћење и одржавање садржаја).

Имајући све ово у виду, својевремено у нашој службеној картографији за одређени део интегралног система топографских и прегледнотопографских карата, изабране су и предложене картографске конусне пројекције. За израду географских карата у ситнијим размерама посебно су интересантне варијанте конусних пројекција (пseudоконусне, поликонусне, модификоване итд.). Наиме, картографске конусне пројекције су подесне за израду карата свих размера за географске територије које су лоциране на средњим ширинама и протежу се претежно дуж паралела.

Прегледно-топографска карта 1:500 000

Прегледнотопографска карта 1:500 000 (ПТК500) је израђена у Ламбертовој конформној конусној пројекцији са две стандардне паралеле. Територија ранијег картирања обухваћена је са 20 листова, од којих 4 покривају територију Србије. Међутим, променом геополитичке ситуације и новим картирањем, територија Србије је обухваћена са два листа већег формата (слика 7).

Прво издање ПТК500 је израђено на основу топографске карте размера 1:200 000 (ТК200), уз знатно уопштавање и генералисање садржаја. С обзиром да картографски приказ садржаја ПТК500 треба да буде у континуитету и у складу са приказом истог на топографској карти у размери 1:300 000 (ТК300), која је у то време била тек у развоју, у прво време је само допуњен садржај ПТК500/1, а изради II издања приступило се тек након завршетка целокупне картографске обраде ТК300.



Слика 7. Прегледни лист Прегледнотопографске карте 1:500 000

Прегледнотопографска карта 1:500 000 је превасходно била намењена државним структурама. Међутим, касније је коришћена и за многе друге потребе. Посебно је интересантна као школска зидна варијанта карте. Такође, ова карта послужила је као основа за израду много других тематских и специјалних карата у истој размери. На пример, за израду ваздухопловне карте 1:500 000, рељефне карте 1:500 000, саобраћајне и туристичке карте у истој размери.

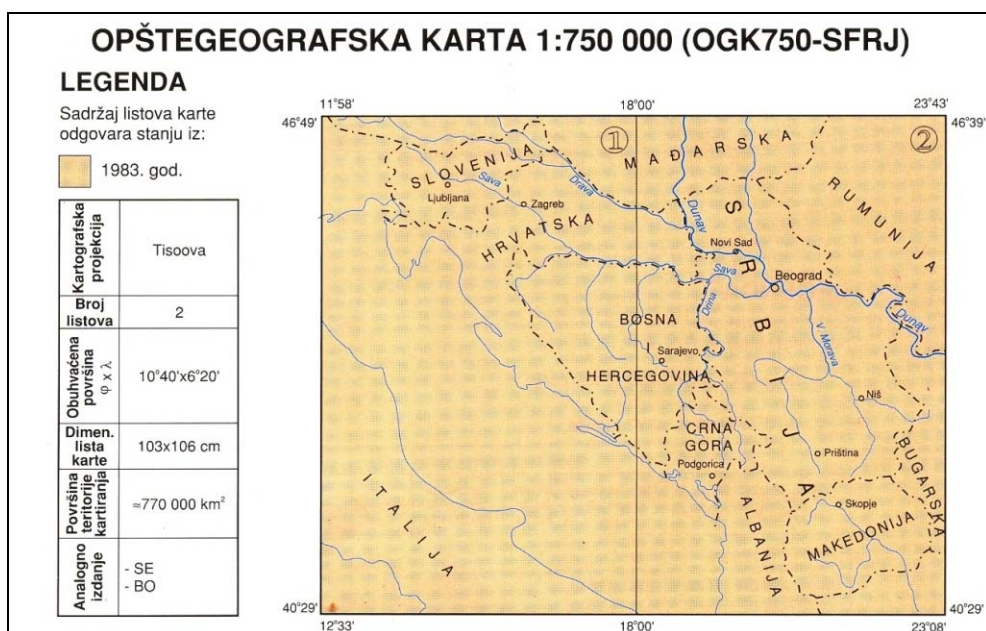
Оно што је посебно важно са аспекта овог рада, ПТК500 представља почетак типизације картографских пројекција у систему карата ситнијих размера у државној картографији код нас. Другим речима, ТК300 је последња карта у систему државних карата где се примењују цилиндричне пројекције, а ПТК500 прва карта са конусном пројекцијом.

Прегледно-топографска (општегеографска) карта 1:750 000

После Другог светског рата, приступило се изради географске карте ондашње Југославије у размери 1:750 000. Као основни картографски извор служила је Карта Краљевине Југославије размера 1:500 000 коју је урадио Војногеографски институт (ВГИ), и то у Тисоовој конусној пројекцији. Ова пројекција је имала велику примену у нашој државној картографији.

Карта је израђена тако да се може користити у 6 одвојених листова или спојених у једну целину као зидна карта. Међутим, проблеми који су се јављали приликом састављања 6 листова рељефне карте у једну целину, убрзо се приступило новом издању карте Југославије у размери 1:750 000. Том приликом, разматране су две варијанте: прва, да се карта састоји из 4 листа са обуваћеном територијом као на претходних 6 листова и друга, у два листа али са смањеном територијом картирања.

На крају, усвојена је варијанта од 2 листа за израду рељефне карте, која је примењена и на равnoj карти (слика 8).



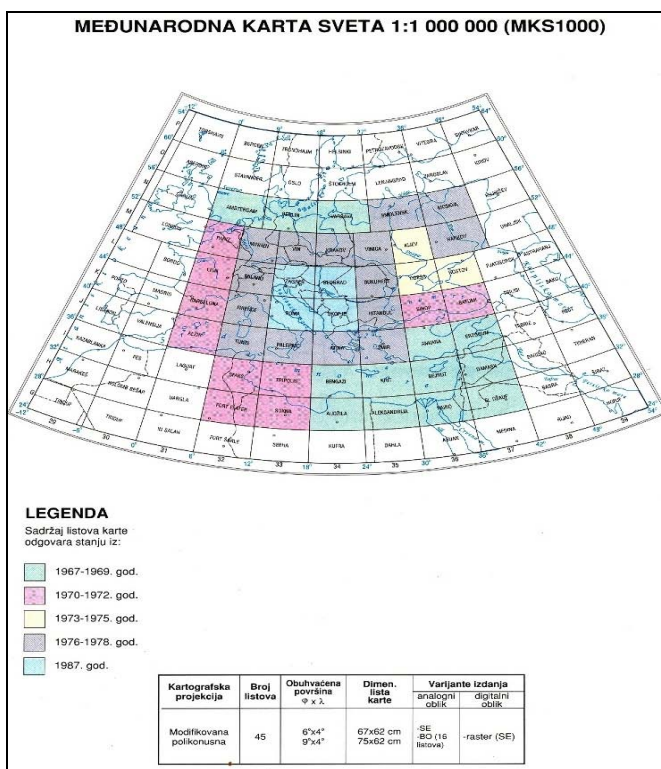
Слика 8. Прегледни лист Прегледнотопографске карте 1:750 000

С обзиром на време израде и издавања, карта је била намењена најширем кругу војних и цивилних корисника. При томе, треба имати у виду да у то време нису постојале друге географске ни прегледнотопографске карте, па се користила и за задатке који би се иначе решавали на картама крупнијих размера. Тако је и у војсци коришћена за оперативно-стратегијска планирања и вођење визуелне навигације у ваздухопловству. Касније, израдом других карата за те потребе, она је претежно коришћена као наставно средство у настави географије. Такође, карта је служила и као основа за израду аутомобилске и рељефне карте. Ово је прва путна карта израђена и штампана у тадашњој држави, која је у то време одлично послужила својој намени (Петерца и др, 1974).

Прегледно-топографска (општегеографска) карта 1:1000 000

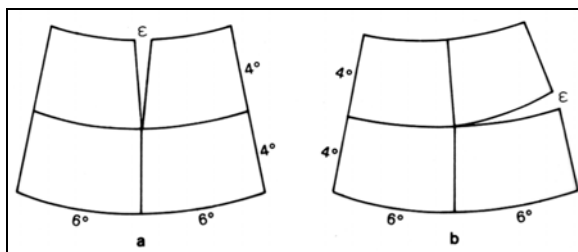
На V међународном конгресу географа у Берну 1891. године, прихваћен је предлог аустријског географа и професора Бечког универзитета *Albrehta Penka* о изради МКС1000. Овом конгресу се присуствовао и представник Србије и професор Београдског универзитета Јован Цвијић. Касније су одржаване многе конференције међу којима су најзначајније у Лондону 1909. године, у Паризу 1913. и Бону 1962. године.

После Другог светског рата приступило се изради ове карте у размери 1:1 000 000. Наиме, територија картирања обухваћена је са 45 листова (слика 9), од којих четири листа карте су покривали територију тадашње државе СФРЈ. Такође, два листа ове карте покривају државну територију Србије.



Слика 9. Прегледни лист МКС1000

Прегледно-топографска карта у размери 1:1000 000 је урађена у Модификованој поликонусној пројекцији, и то у оквиру ширег међународног картографског пројекта. Главни недостатак модификоване поликонусне пројекције је што она спада у групу тзв. вишеграних пројекција код којих се једнозначност и непрекинутост функција: $x = f_1(\varphi, \lambda)$, $y = f_2(\varphi, \lambda)$ обезбеђује само у оквиру појединих листова карте. Сваки лист карте, наиме, има свој координатни систем, а последица предњег је да се при слагању листова заједно, јављају расцепи у правцу меридијана или паралела. На пример, ако се четири листа карте споје дуж паралела настаје расцеп на меридијанским правцима, а при њиховом спајању дуж меридијана настаје расцеп у правцу паралела (слика 10).



Слика 10. Расцепи при спајању четири листа карте: а) дуж меридијана, б) дуж паралеле

Из ових, али и много других разлога, приступило се примени Ламбертове конформне конусне пројекције са две стандардне паралеле. Такође, треба посетити и на то да се Међународна ваздухопловна карта, са сличном поделом на листове, израђује у Ламбертовој конусној и поларној стереографској пројекцији, чиме је знатно допринето ефикаснијем коришћењу картографских производа међународног карактера.

Због дисконтинуитета и неажурног картографског материјала у интегралном систему државних карата а за дату размеру, као и изазови савремених (дигиталних) технологија, својевремено се приступило изради потпуно нове географске карте у размери 1:1000 000, тачније почетком деведесетих година минулог века. То представља прву дигиталну географску карту која је урађена у нашој земљи (слика 11).

Географски подаци су преузети са картографских извора крупније размере, пре свега са прегледнотопографске карте размере 1:500 000, што је имало за последицу спровођење целокупне процедуре картографског генералисања. Наиме, репродукцијски оригинали изворне карте су скенирани, а затим су тако добијене растерске подлоге трансформисане (афином трансформацијом) у пројекциону раван (конформна конусна Ламбертова пројекција са две стандардне паралеле).



Слика 11. Лист Општегеографске карте 1:1000 000

Картографски подаци су креирани методом дигитализације на екрану (head up - дигитализација) током којег је садржај карте у векторском формату исцртаван преко растерске подлоге. Овај метод је изабран, с обзиром на већ поменути потребу картографског генералисања, и показао се као најјекономичнији. Векторизовани садржај обједињен је у јединствен лист карте.

Географска карта 1:1 500 000

За територију бивше СФРЈ урађена је географска карта у размери 1:1 500 000 у поликонусној пројекцији. Касније је урађена нова географска карта у размери 1:1 500 000 која је покривала заједничку државну територију Србије и Црне Горе. И ова карта је урађена у поликонусној пројекцији, али у оквиру једног листа (слика 12).



Слика 12. Лист Географске карте 1:1500 000

Формат географске карте у размери 1:1 500 000 је 29,1 x 37,1 *cm* и обухвата територију по географској дужини, на северној страни од 18° 00' до 23°42' (укупно 5° 42') и на јужној страни од 18° 00' до 23°14' укупно (5° 14'), односно, по географској ширини, на западној страни од 41°37' до 46° 37' (укупно 5° 00') и на источној страни од 41° 30' до 46° 30' (укупно 5° 00').

Основни картографски извор је била географска карта СФРЈ у размери 1:1 500 000, а као допунски извори послужили су ажурнији и савременији картографски и статистички извори података о простору. Географска карта у размери 1:1 500 000 урађена је у равној и рељефној варијанти.

Закључак

Географске информације имају све већи значај у процесу доношења одлука, праћењу ситуација и планирању у привреди, државној администрацији, војсци и другим сегментима живота и развоја. Примена дигиталних технологија је увећала тржиште географских информација до неслућених размера и непрекидно га увећава, како на страни корисника, тако и на страни произвођача и даваоца услуга. У тим околностима, расте и значај познавања квалитета тих информација, као и потреба да се показатељи квалитета утврђују и саопштавају на стандардизовани начин, како би корисници могли одабрати баш онај производ који ће сигурно задовољити њихове потребе (Радојчић, 2010).

У нашој службеној картографији примена конусних картографских пројекција има дугу традицију. Посебан разлог за примену је управо географски положај наше

државе. Наиме, код конусних пројекција деформације зависе углавном од географске ширине, па се изоколе подударају са паралелама, што је и разлог да се ове пројекције обично препоручују за израду карата територија које се налазе на средњим географским ширинама. Такође, треба водити рачуна о оптималној примени ових пројекција, посебно ако су у питању пројекције са једном стандардном паралелом. На пример, за једну географску област која се простире на ширинама са једне стране екватора, изобличења (деформације) која се јављају при картографисању у правим конусним пројекцијама су мања него у цилиндричним пројекцијама. Разлог за ово лежи у чињеници што се при картографисању таквих области у правим конусним пројекцијама могу поставити две стандардне паралеле, а код правих цилиндричних пројекција само једна (изузетак је у случају ако би области биле распоређене мање-више симетрично са обе стране екватора).

И на крају треба истаћи значај који имају картографске пројекције при изради и одржавању јединственог система карата, тј, одржавање картографског континуитета и типизације. Имајући све то у виду, област примене конусних пројекција има велику тежину у ситноразмерној картографији, а посебно на територијама са средњим географским ширинама. У нашој службеној картографији су се примењивала до сада, а и у будуће ће се примењивати управо картографска пресликавања из групе конусних пројекција.

Литература

- Adams, O. (1919). *General Theory of Polyconic Projections*, U. S. Coast and Geodetic Survey, Washington, USA.
- Annoni, A., Luzet, C., Gubler, E. and Ihde, J. (2003). *Map Projections for Europe*, Institute for Environment and Sustainability, Italy.
- Борисов, М. (1996). Општа географска карта СР Југославије 1:1000 000, Магистарски рад, Грађевински факултет Универзитета у Београду, Београд.
- Борисов, М., Радојчић, С., Иконовић, В. (2010). Актуелни картографски радови Војногеографског института, Гласник Српског географског друштва, св. XC, бр. 3, (207-218), Српско географско друштво, Београд.
- Борчић, Б. (1955). *Математичка картографија*, Техничка књига, Загреб, Hrvatska.
- Bugayevskiy, L. and Snyder, J. (1998): *Map Projections, A Reference Manual*, UK.
- ВГИ (2010). Информатор о картографским публикацијама бр. 11, Београд.
- Govedarica, M., Borisov, M. (2011). The analysis of data quality on topographic maps, *Geodetski vestnik* No.55/4, (713-725), Ljubljana, Slovenija.
- ESRI (2004). *Understanding Map Projections*, GIS by ESRI, Redlands, USA.
- Frančula, N. (2004). *Kartografske projekcije*, Skripta, Geodetski fakultet, Zagreb, Hrvatska.
- ISO (2003). *The International Organization for Standardization, ISO19114: Geographic information – Quality evaluation procedures*, Geneva, Swiss.
- Јовановић, В. (1983). *Математичка картографија*, Научна књига, Београд.
- Peterca, M., Radošević, N., Milisavljević, S., Racetin, F. (1974). *Kartografija*, VGI, Beograd.
- Robinson, A., and others (1995). *Elements of Cartography*, Sixth Edition, USA.

CARTOGRAPHIC CONIC PROJECTIONS AND THEIR APPLIANCE IN NATIONAL CARTOGRAPHY

MIRKO BORISOV⁴, MIRO GOVEDARICA⁵, VLADIMIR PETROVIĆ⁶

*University of Novi Sad – Faculty of Technical Sciences
The Institute of Chemistry, Technology and Metallurgy*

Abstract: This paper is dedicated to the mapping of conic projections and their appliance in producing maps of our state cartography. So far they were often applied, and will be used precisely coned, polyconed and modified polyconed projections for the official mapping (1:500 000, 1:750 000, 1:1000 000 and 1:1500 000). In particular, they cartographic conical projection at a scale of 1:1000 000 were taken into consideration. Those are the Lambert conformal conical projection with two standard parallels and the Modified polyconic projections. In addition to these cartographic conical projections, is described Boneo's pseudoconic equivalent projections. This is one of the cartographic conical map projection that is commonly used in the preparation of thematic maps as well as for atlas editions of geographic maps both in Serbia and abroad.

Keywords: Geography, cartography, official mapping, conic projection, appliance.

Introduction

There are different laws in cartography (design methods) for representing the surface of the Earth's ellipsoid or sphere to a flat surface or any other surface that can deploy at the plane (cylinder, cone). Moreover, in our official cartography are usually applied two sets of map projections. The first group refers to the cylindrical and the other one to the conical projections. Cylindrical map projections are mostly used for surveying and mapping in larger scale (topographic maps). Conic map projections are mostly used for mapping in smaller scale (synoptic and thematic).

The subject of this paper is exactly conical map projections, and the aim is to present the basic mathematical properties and classification according to these properties. Also, considering their basic mathematical properties, it should point out their current and future use in official cartography of Serbia.

Particularly is described Lambert's conical projection or Modified polyconic projection that was applied to the International World Map at a scale of 1:1000 000 (IWM 1000). That geographical map had great importance in the state cartography of Serbia (historical, international and technological). Most notably, the great Serbian scientist Jovan Cvijic, professor of geography who had participated in many international conferences and contributed significantly to the development of these ideas and the world's largest cartographic project at that time. Also, as a result of many cartographic editorial research and applications of new technologies in cartography, the first digital geographical map of our country was made with Lambert conformal conical map projection with two standard parallels (Borisov, 1996).

⁴ mborisov@EUnet.rs

⁵ miro.govedarica@gmail.com

⁶ vladimirpetrovic.gis@gmail.com

The basic mathematical features of conic map projection

The map grid of conic projection can be obtained by projecting to the laws of linear perspective (geometric) or mapping functions (analytical). Obtained conic projections, with respect to strain, are characterized by certain medium properties. Unlike to perspective azimuth and, to some extent, cylindric perspective projection, perspective conic projection did not acquire the practical application and have only theoretical significance. Conic projections that are based on analytical solutions of the equations of mapping derivations have wider application both in our country and the world.

The formation map grid of conic projection, obviously, is usually explained as the result of mapping and designing of a network of meridians and parallels with the surface of the ellipsoid (ball) on the lateral surface (mantle) of the cone, which is imaginary slashed down through one of slant height generating and developing to the plane (Figure 1).

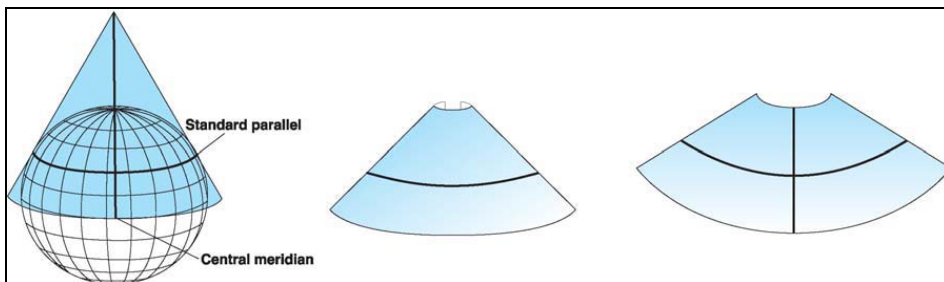


Figure 1. Conic projections to a grazing cone and developing to the plane

In the real conic projections, parallels are mapped in the form of arcs of concentric circles, and meridians as a bundle of straight lines, which converge in the center of parallels. The angles between the image meridians (the convergence angle- convergence-meridians) are proportional to the difference of appropriate longitudes and for the same differences of length are equal to each other. Spacing between parallel mappings depends on the conditions that can be varied. However, commonly are used conformal, equivalent and equidistant conic projections. Since the mapping grid is made of mutually orthogonal lines, meaning that in the case of the true conical projection, meridians and parallels are simultaneously both main directions. In the case of oblique and transverse conical projections, meridians and parallels are, as a rule, curves, except the central meridian, which is mapped as a straight line.

Meridians and parallels have the simplest appearance in the real conic projections where they make, so called, normal network. In the case of oblique and transverse projections it's the same situation with verticals and almukantarats, and all that was said for the grid of meridians and parallels of the real projections applies to the normal grid of vertical and almukantarats of oblique and transverse conic projections.

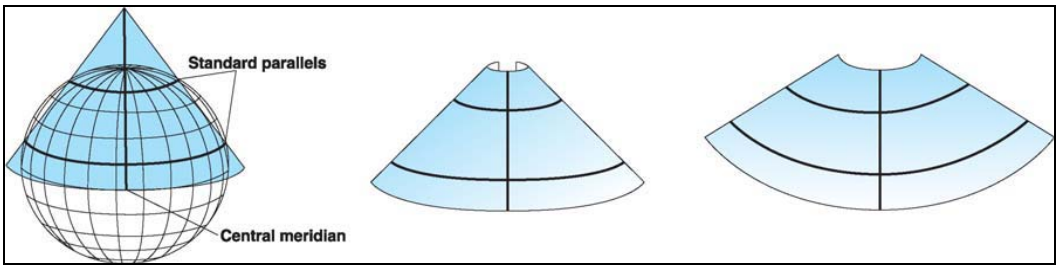


Figure 2. Conic projection to a secant cone and developing to the plane

In practice, the most commonly are used real conic projections to a grazing or secant cone (Figure 2) to display the area of midlatitudes, with propagation predominantly in an east-west and limited stretching to the north-south direction. In the case of real conic projection, the lines of contact between the surface of the cone and the ellipsoid (the ball) are always parallel, and one is contact or two secant parallels. There is no deformation along their length, so in the literature they are named as the lines of zero strain of lines or standard and major parallels. If this in mind, it is clear that the application or grazing or secant cone will depend, primarily, of the size of the territory which has to be mapped. Grazing cone is used for the area of relatively narrow width (bandwidth of $6^\circ - 7^\circ$), and as a standard (touch) parallel is chosen in the middle zone. Secant cone is used for territories with more stretching by width, and standard (secant) parallels are placed so to ensure uniform distribution of strain.

The category of conic projections by a shape of normal cartographic network

Cartographic network is any mapped network of coordinate lines from ellipsoid. It can be meridians and parallels of geographic coordinate system or network which is composed of verticals and almukantarats, as coordinate lines of the system of azimuth coordinates. If cartographic network is consists of meridians and parallels, then it is usually called basic cartographic network, or, so called, geographic maps network. Normal mapping network, however, is a network of coordinate lines, which in a certain projection has the simplest of all possible appearance, namely, has the form that is characteristic for the given projection or group of projections. If we look on the classification of parallels and meridians of normal network, conic projections can be classified into several groups (Jovanovic, 1983).

Ordinary conic projections

In ordinary conic projection parallels of the normal network are arcs of concentric circles, and meridians are straight lines which coincide with the radii of parallels. Thereat, the angles between the meridians are proportional to the difference of longitudes. Spaces between the images of parallels are variable and depend on the mapping set conditions (Figure 3).

Figure 3. Normal network of meridians and parallels of conic projections

General equations of conic projections in polar, respectively rectangular coordinates are:

$$\begin{aligned}\delta &= k\lambda \\ \rho &= f(\varphi) \\ x &= q - \rho \cos \delta \\ y &= \rho \sin \delta\end{aligned}$$

where:

- k - constant of proportionality, which is $0 < k < 1$;
- λ - difference between the length of the meridians of ellipsoid;
- δ - difference between the length of the meridians of projection;
- ρ - radius parallel to a projection (sometimes called as "mapping function");
- q - the distance of the pole system of polar coordinates (ρ and δ) from the beginning of Cartesian coordinates (x, y).

Pseudoconic projections

Parallels of normal networks are concentric circles, like the conic projection, and while meridians are arcs of arbitrary curves which are arranged symmetrically around the central meridian, which is mapped as a straight line. Earth's poles are mapped into points (Figure 4).

Figure 4. Normal network of meridians and parallels of pseudoconic projections

General equations of pseudoconic projections in polar, respectively rectangular coordinates are:

$$\begin{aligned}\delta &= f_1(\varphi, \lambda) \\ \rho &= f_2(\varphi) \\ x &= q - \rho \cos \delta \\ y &= \rho \sin \delta\end{aligned}$$

Where q - the distance between the pole of polar coordinates from the beginning of Cartesian coordinates.

According to the character of deformation, pseudoconic projections are divided into equivalence and arbitrary. They cannot be conformal, since in that case the meridians should be a straight lines which form with parallels angles of 90 degrees, and that are real conic projections. The network of meridians and parallels is not orthogonal, videlicet does not coincide with the network of major directions. The exception to this is the central meridian.

One of the most applied pseudoconic projections is Boneo's projection. It is equivalent pseudoconic projection ($p = const = 1$) where the scale of line elements in direction to parallels equal to 1. In Boneo's projection central meridian is mapped without distortion. Boneo's projection is commonly used in the atlas issues, respectively and for geographic maps in smaller scale.

Polyconic projections

The surface of the Earth ellipsoid is projected to more cones, so that the mean parallel of each mapped zone, in fact, the interface parallel to one of the cones (Figure 5). Hence the name for this projection: polyconic projections.

Figure 5. Normal network of meridians and parallels of polyconic projections

Equator and central meridian of the covered territory are straight lines. All other meridians are curved lines symmetrical to the central meridian and the parallels are arcs of eccentric circles, symmetric with regard to the equator. The centers of circular arcs - parallels - are on the projection of the central meridian, precisely, to the extension of the central meridian (Figure 6).

Figure 6. Normal network of meridians and parallels of polyconic projections

General equations of polyconic projections in polar (ρ , δ), respectively rectangular coordinates (x , y) are:

$$\begin{aligned}\rho &= f_1(\varphi) \\ \delta &= f_2(\varphi, \lambda) \\ q &= f_3(\varphi) \\ x &= q - \rho \cos \delta \\ y &= \rho \sin \delta\end{aligned}$$

Symbol q indicates the distance of the centers of parallels (poles of the system of polar coordinates) from the origin (O) of Cartesian coordinates (x , y). This system represents the most general form of the equations of polyconic projections that is used for elaborating their individual groups. Regarding to aforementioned, for each specific group there are appropriate mapping conditions. Thus, the functions of ρ and δ are defined, so that we can distinguish: conformal, equivalent or conditional polyconic projections.

Application of the conic projections in our official cartography

In previous considerations has already been pointed out that the mapping of the Earth ellipsoid to the plane necessarily cause certain deformations. So, cartographers usually tend to choose the best mapping for a specific purpose (purpose, territory mapping and scale) that is most appropriate, videlicet, where is the least impact of the existing deformation to the main goal. However, it is understandable that there is no such a map projection which can simultaneously satisfy all requirements. During the process of the selection of map projections for official purposes, it should be take care of the following:

- Geographical location and shape of the mapping territory should be taken into account;
- Linear dimensions should be minimized, videlicet, with their minimization the surface deformation is reduced, too;
- Standardization must be complied (the concept of standardization is meant maintaining the same projection in the maps system that is easy for using and maintaining the content).

Bearing this in mind, once upon a time in our official cartography for a portion of an integrated system of topographic and thematic maps, were selected and proposed cartographic conic projections. For creating maps of smaller scales are particularly interesting variants of conic projection (pseudoconic, polyconic, modified, etc...). Videlicet, cartographic conic projections are suitable for producing the whole range of mapping scales for the geographic territories that are located at middle latitudes and spreading mainly along the parallels.

Topographic map with scale 1:500 000

Topographic map with scale 1:500 000 (TM500) is made in the Lambert conformal conic projection with two standard parallels. The territory by previous mapping is covered with 20 sheets, and 4 of them cover the territory of Serbia. However, changing geopolitical situation and a new mapping, the territory of Serbia is covered with two sheets of larger size (Figure 7).

The first edition of TM500 was made on the basis of topographic map with scale 1:200 000 (TM200), with considerable generality and generalization content. Since the cartographic representation of a content of TM500 should be continuously and in accordance with the same representation on topographic map with scale 1:300 000 (TM300), which (at that time) was still in process of development, firstly it was only supplemented by the contents of TM500/I and after the completion of the entire mapping process for TM300, was started the process of mapping of II issue.

Figure 7. Review sheet of Topographic map 1:500 000

Topographic map 1:500 000 was primarily intended for state structures. However, later it was used for many other purposes. It is especially interesting as an alternative school wall map. Also, this map served as the basis for producing a lot of thematic and special maps in the same scale. For example, for producing the aviation map 1:500 000, relief maps 1:500 000, road and tourist map in the same scale.

What is particularly important from the point of this study, TM500 represent the beginning of standardization of map projections in the system of smaller-scale maps in the state cartography in Serbia. In other words, TM300 is the last map in the system of government maps where are used cylindrical projections, and TM500 is the first map with conic projection.

Topographic (overview) map 1:750 000

After the Second World War, undertook the creation of map of former Yugoslavia in scale 1:750 000. As a basic cartographic source was used Map of the Kingdom of Yugoslavia in scale 1:500 000 that was produced by Military Geographical Institute (MGI), in Tissot's conic projection. This projection had had wide application in the state cartography.

The map was designed to be used in six separate sheets or merged into one entity as a wall map. However, the problems that arose during the preparation of 6 sheets of relief maps in one complex, soon began the new map release of Yugoslavia in scale 1:750 000. On that occasion, there were considered two variants: first, that the map consists 4 sheets with the same covered territory as the previous 6 sheet and the second, in two sheets, but with a reduced mapping territory. Finally, it was adopted a variant of two sheets for creating relief maps, which was applied on a flat map (Figure 8).

Figure 8. Review sheet of Topographic map 1:750 000

Considering the time of producing and publishing, the map was designed for the widest range of military and civilian users. It should be noted that at that time there were no geographical or other topographical maps, so it was used for tasks that would otherwise be resolved on the maps of larger scale. Thus, it was used in the army as well for operational and strategic planning and management of visual navigation in aviation. Later, with production of other maps for these purposes, it was mainly used as a teaching tool in the teaching of geography. Also, the map was used as the basis for producing of road and relief

maps. This was the first road map created and printed in the former state, which at that time well served its purpose (Peterca, 1974).

Topographic (overview) map 1:1000 000

During the V International Congress of Geographers in Bern 1891, the proposal of the Austrian geographer and professor of the University of Vienna Albrecht Penka was accepted about making IWM1000. This congress was attended by a representative of Serbia and Belgrade University professor Jovan Cvijic. Later, many conferences were held including the most important in London in 1909, in Paris in 1913 and in Bonn in 1962.

The creation of this map undertook after World War II in the scale 1:1 000 000. Videlicet, the mapping territory was covered with 45 sheets (Figure 9), and four map sheets covered the territory of the former Yugoslavia. Also, two sheets of this map covering the national territory of Serbia.

Figure 9. Overview sheet IWM1000

Topographic map in scale 1:1000 000 was produced in a modified polyconic projection, within wider framework of international mapping project. The main disadvantage of the modified polyconic projection is that it belongs to a group so called multidistribution projections where the uniformity and continuity of functions: $x = f_1(\varphi, \lambda)$, $y = f_2(\varphi, \lambda)$ provides only within the individual map sheets. Each map sheet, in fact, has its own coordinate system. As a consequence to the aforementioned, that during the process of linking up sheets, there are discrepancies in the direction of the meridians and parallels. For example, if a four map sheets link up along the parallels, there will be discrepancy to the meridians direction, and vice versa (Figure 10).

Figure 10. Discrepancies after linking up four map sheets: a) along the meridians, b) along the parallels

That is why experts decided to apply Lambert's conformal conic projection with two standard parallels. Also, it is important to bring to mind that the International aviation map, with a similar division into sheets, is made in Lambert's conic and polar stereographic projection, which significantly contributes to the efficient using of cartographic products of an international character.

Because of discontinuity and not keeping abreast with cartographic materials in the integrated system for a state map of a given scale, as well as the challenges of modern (digital) technology, once upon a time began producing of entirely new map in a scale 1:1000 000, precisely in the early nineties of last century. That was the first digital geographic map which was done in our country (Figure 11).

Geographic data were taken from the larger scale of map sources, mainly from overview map in scale 1:500 000, which resulted in the implementation of the entire procedure of cartographic generalization. The reproduction originals of the original maps were scanned, and then the resulting raster transformed (using affine transformation) in the projection plane (Lambert's conformal conic projection with two standard parallels).

Figure 11. The sheet of general geographic map 1:1000 000

Cartographic data were created by digitalization on the screen (head up - digitizing) and the contents of the map in vector format were drawn over raster. This method was chosen, considering the aforementioned need for cartographic generalization, and proved as the most economical. Vector content was integrated into a single map sheet.

Geographic map of 1:1 500 000

For the territory of former Yugoslavia was made the geographical map in the scale 1:1 500 000 in polyconic projection. Later was made a new geographical map in the scale 1:1 500 000, which covered the joint state territory of Serbia and Montenegro. This map was done in polyconic projection, too, but within a single map sheet (Figure 12).

Figure 12. The sheet of geographic map 1:1500 000

Format of geographic map in the scale 1:1 500 000 is *29,1 x 37,1 cm* and covers the territory within longitude, on the north side of 18° 00' to 23° 42' (total of 5° 42') and on the south side of 18° 00' to 23° 14' total (5° 14'), respectively, within latitude, on the west side of 41° 37' to 46° 37' (total of 5° 00') and on the east side of 41° 30' to 46° 30' (total of 5° 00').

The basic cartographic source was a geographical map of Yugoslavia in the scale 1:1 500 000, and as additional sources were more efficient and more modern cartographic and statistical geospatial data. Geographic map in the scale 1:1 500 000 was performed in a flat and relief versions.

Conclusion

Geographical information is becoming increasingly important in decision making, planning and monitoring the situation in the economy, public administration, military and other aspects of life and development. The application of digital technology has increased the geographic information market to unimagined proportions, and it increases continuously as the user's side, and on the part of producers and service providers. In these circumstances, the importance of knowing the quality of that information is growing, as well as the need for quality indicators are established and communicated in a standardized manner, so users can choose just certain product that will surely satisfy their needs (Radojčić, at all 2010).

In our official cartography the application of cartographic conic projections has a long tradition. A particular reason for the application is exactly the geographical position of our country. Specifically, the deformation of the conic projection depends mainly on latitude, so the roundabout coincide with the parallels, which is the reason that these projections are usually recommended for the mapping of the territory located in the middle latitudes. It should also be taken into account the optimal application of these projections, especially when it comes to projections with one standard parallel. For example, for geographical area that spreads with latitudes of one side of the equator, deformations (strains) that arise when mapping using the real conic projections are lower than in the cylindrical projections. The reason for this is in the fact that the mapping of such areas in the right conic projections can be set by two standard parallels, and with a real cylindrical projection just one (the exception is the case if the area were distributed more or less symmetrically on both sides of the equator).

Finally it should be noted the significance of a map projections in creating and maintaining a uniform system of maps, videlicet, maintaining of mapping continuity and standardization. Bearing all this in mind, the application field of the conic projection is weighted heavily in small-scale cartography, especially in the territories of the middle latitudes. In our official cartography were applied so far, and in the future will be applied exactly cartographic mapping from a group of conic projections.

References

See References on page 195.